

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РІЗАННЯ ТА
РІЗАЛЬНИХ ІНСТРУМЕНТІВ. ПРАКТИКУМ.**

Навчальний посібник

**для студентів спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»
денної форми навчання**

Затверджено
на засіданні
методичної ради
Протокол № від

Краматорськ
ДДМА
2019

Викладені основні принципи математичних моделей процесів різання та різальних інструментів, як у процесі експериментальних досліджень, так и при моделюванні процесів різання (лабораторні роботи), питання практичного використання теоретичних положень дисципліни «Математичне моделювання процесів різання та різальних інструментів» (практичні заняття), а також методологія розрахунків показників надійності, законів розподілу періодів стійкості.

Математичне моделювання процесів різання та різальних інструментів. Практикум: навчальний посібник для студентів спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»

Упоряд.

Я.В.Васильченко, д.т.н., доц.

ЗМІСТ

Вступ	4
1 ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ.....	5
Лабораторна робота №1. Отримання математичної моделі залежності температури різання від елементів режимів різання	12
Лабораторна робота 2. Дослідження зносостійкості різних матеріалів моделюванням процесу зносу	19
Лабораторна робота №3. Отримання математичних моделей залежності зносу зразків від величини і часу прикладання навантаження	23
Побудова МОДЕЛЕЙ В СЕРЕДОВИЩІ Excel for Windows	28
Лабораторна робота № 4. Побудова однофакторних регресійних моделей в додатку Excel for Windows	52
Лабораторна робота № 5. Побудова лінійної багатфакторної моделі в додатку Excel for Windows	59
2 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ	66
Практичне заняття №1. Моделювання процесу різання методом лінійного програмування	67
Практичне заняття №2. Дослідження імовірнісних експлуатаційних характеристик ріжучих інструментів	74
Практичне заняття №3. Визначення закону розподілу періоду стійкості інструменту при малих обсягах випробувань	83
Практичне заняття №4. Отримання математичних моделей методом повного факторного експерименту	90
Практичне заняття №5. Отримання математичних моделей методами теорії кореляції	98
Н	
У	
Р	
ЄПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	119
Р	
Додаток А Довідкові таблиці для перевірки адекватності математичних моделей.....	12420
Г	
Додаток Б Приклад виконання розрахунково-графічної роботи	12442
К	
\	
1	

ВСТУП

Розвиток сучасного верстатобудування, особливо верстатів з програмним керуванням, обробних центрів і верстатів для 5-координатної обробки висуває нові вимоги до процесів різання і ріжучим інструментам. Одним з напрямків прискореного розвитку процесів різання і сучасного ріжучого інструменту є моделювання процесів різання та ріжучих інструментів, засноване на нових досягненнях в галузі математики, математичної статистики і розвитку обчислювальної техніки. Використання математичних методів, які дозволяють моделювати процеси, виконувати аналіз їх фізичних особливостей в їх взаємозв'язку, а також використовувати елементи теорії імовірності, математичної статистики та планування експерименту, дозволяє скоротити час на вирішення поставлених завдань і розробити заходи,

Для студентів спеціальності 133 «Галузеве машинбудування» навчальним планом передбачено курс «Математичне моделювання процесів різання та ріжучих інструментів», мета якого - познайомити студентів з особливостями математичного моделювання та отримання математичних моделей як при теоретичних, так і при експериментальних дослідженнях процесів різання і ріжучих інструментів.

Навчальний посібник складається з трьох основних розділів і додатків. У навчальному посібнику наведено лабораторні роботи і практичні заняття з усіх розділів дисципліни, а також методика виконання розрахунково-графічної роботи.

Лабораторні роботи передбачають отримання математичних моделей за результатами експериментальних досліджень, як в процесі різання, так і при моделюванні процесу різання. Окремий цикл є лабораторні роботи, що передбачають отримання однофакторних і багатфакторних математичних моделей в середовищі Microsoft Excel.

У навчальному посібнику викладено практичні заняття, що містять короткі теоретичні відомості, необхідні розрахункові формули, умови практичних занять і порядок їх виконання.

Наводиться методика розрахунку характеристик надійності, законів розподілу періодів стійкості ріжучих інструментів і перевірки відповідності статистичних і теоретичних законів розподілу за різними критеріями.

У додатку наведені необхідні довідкові таблиці, приклад визначення імовірнісних експлуатаційних характеристик надійності ріжучих інструментів і перевірки відповідності статистичних і теоретичних законів розподілу періодів стійкості за критеріями Пірсона та Колмогорова.

1 ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

1.1 ОТРИМАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ РІЗАННЯ МЕТОДАМИ ПОВНОГО ФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

1.1.1 Статистичне планування експерименту. Вибір параметра оптимізації і незалежних факторів. побудова матриць повного факторного експерименту

Під плануванням експерименту розуміють постановку дослідів за задалегідь складеною схемою, яка має певні властивості. При цьому всі досліджувані фактори змінюють одночасно, а вплив невідомих або не включені в дослідження факторів рандомізують за допомогою особливих статистичних прийомів.

Отримання математичних моделей методом повного факторного експерименту (ПФЕ) здійснюється в наступній послідовності:

- 1 Вибір параметра оптимізації;
- 2 Вибір виду математичної моделі;
- 3 Вибір інтервалу варіювання факторів;
- 4 Побудова матриці ПФЕ;
- 5 Проведення експерименту;
- 6 Отримання математичної моделі;
- 7 Перевірка адекватності математичної моделі.

Характеристика мети дослідження, задана кількісно, називається параметром оптимізації або критерієм оптимальності. Параметр оптимізації є результатом процесу, що вивчається, його виходом або реакцією відгуком.

Параметр оптимізації повинен задовольняти таким вимогам:

1. Бути ефективним з точки зору досягнення кінцевої мети досліджень;
2. Бути доступним для вимірювань;
3. Бути статистично ефективним.

Завдання планування експериментів формулюється математично таким чином: необхідно мати певне уявлення про поверхні відгуків чинників, яку в загальному випадку можна представити у вигляді функції або математичної моделі:

$$M\{Y\} = \varphi(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i), (1.1)$$

де Y - параметр оптимізації;
 x_i - змінні фактори.

Таким чином, завдання полягає в знаходженні залежності математичного очікування результату виходу процесу від незалежних факторів. Модель повинна бути адекватною, тобто здатні прогнозувати результати експерименту із заданою точністю. Дуже часто при описі процесів обмежуються моделлю, яка містить лінійні члени і взаємодії першого порядку:

$$M\{Y\} = \beta_0 + \sum_i \beta_i x_i + \sum_{ij} \beta_{ij} x_i x_j, \quad (1.2)$$

де β_i - теоретичні коефіцієнти регресії.

Використовуючи для отримання математичної моделі результати експерименту, можна визначити тільки вибіркові коефіцієнти регресії b_0 , b_i , b_{ij} , які є оцінками для теоретичних коефіцієнтів регресії, тобто $b_i \rightarrow \beta_i$; $b_{ij} \rightarrow \beta_{ij}$.

Таким чином, рівняння регресії, отримане на основі результатів експериментів, відрізняється від теоретичного і має вигляд:

$$\bar{Y} = b_0 + \sum_i b_i x_i + \sum_{ij} b_{ij} x_i x_j, \quad (1.3)$$

де \bar{Y} - оцінка математичного очікування $M\{Y\}$

Кожен фактор, який бере участь в процесі, має певні межі зміни своєї величини, де він може приймати будь-які значення, або ряд дискретних значень. Сукупність усіх значень, які може приймати даний фактор, називається зоною визначення фактора. Однак, в зоні визначення необхідно знайти локальну частину для планування експерименту, т. е. для кожного фактора необхідно дізнатися той інтервал зміни, в межах якого виконують експеримент. Для цього на основі апріорної інформації встановлюють орієнтовні значення факторів, комбінація яких дає найкращий результат. У цій комбінації значення факторів відповідає багатовимірній точці в факторному просторі, яку і приймає за вихідну точку при побудові плану експерименту. Координати цієї точки називаються основними (нульовими) рівнями факторів.

Інтервалом варіювання фактора називається деяке число (своє для кожного фактора), додаток якого до основного рівня дає верхній, а віднімання - нижній рівень фактора. Величина цього інтервалу приймається на одиницю нового масштабу вимірювання фактора.

Для спрощення запису умов експерименту і обробки результатів експерименту масштабу вибирають так, щоб верхній рівень відповідав (+1), нижній (-1), а основний відповідав 0.

Мінімально необхідне число рівнів факторів визначається максимальним порядком інтерполяційного полінома з даного фактору. Воно повинно бути на одиницю більше цього порядку. Найбільш часто планування на двох рівнях, яке дозволяє описати процес полиномиальної лінійної моделлю, яка містить і взаємодія факторів.

Експериментальні плани, у яких всі чинники варіюються на двох рівнях, називається планами типу 2^k , де k - число факторів.

Повним факторним експериментом називається експеримент, який робить всілякі неповторні комбінації рівнів незалежних (4) факторів, кожен з яких варіюється на двох рівнях. Число таких комбінацій $N = 2^k$

Розглянемо повчання математичної моделі для трехфакторной завдання. Рівняння регресії в цьому випадку має вигляд

$$\vec{Y} = b_0 + \sum_{i=1}^3 b_i x_i + \sum_{ij} b_{ij} x_i x_j + b_{123} x_1 x_2 x_3. \quad (1.4)$$

Отримання моделі методом ПФЕ здійснюється в наступній послідовності:

- планування експерименту;
- виконання самого експерименту;
- перевірка однорідності вибірових дисперсій;
- отримання математичної моделі з перевіркою статистичної значущості вибірових коефіцієнтів регресії;
- перевірка адекватності математичної моделі.

Використовуючи кодові значення факторів (+ 1, -1), умови експерименту можна записати у вигляді таблиці або матриці планування експерименту, де рядки відповідають різним дослідам, а стовпці - значенням факторів. Матриця ПФЕ для трьох факторів наведена в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 - Матриця планування експерименту 2³ і результати досліджень

№ точки плану v	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	X ₁ X ₂	X ₁ X ₃	X ₂ X ₃	X ₁ X ₂ X ₃	Параметри оптимізації Y
1	+	-	-	-	+	+	+	-	Y ₁
2	+	+	-	-	-	-	+	+	Y ₂
3	+	-	+	-	-	+	-	+	Y ₃
4	+	+	+	-	+	-	-	-	Y ₄
5	+	-	-	+	+	-	-	+	Y ₅
6	+	+	-	+	-	+	-	-	Y ₆
7	+	-	+	+	-	-	+	-	Y ₇
8	+	+	-	+	+	+	+	+	Y ₈

Для зручності побудови матриць планів типу 2^k існує три прийоми, один з яких заснований на правилі чергування знаків. Стівпці X₀ все знаки (+), в стівпці X₁ знаки чергуються через один, в стівпці X₂ - через два, в стівпці X₃ -через чотири тобто за ступенями числа 2. Знаки інших стівпців отримують перемноженням.

1.2 ОТРИМАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Для отримання математичної моделі використовували ПФЕ типу 2³. Рівні факторів та інтервали їх варіювання записують в таблицю 1.2.

Досліди проводять відповідно до матриці планування експерименту. Щоб не допустити помилок і підвищення точності в кожній точці факторного простору досліди повторюють по кілька разів (мінімум 3). Порядок експериментів рекомендується рандомизувати за допомогою таблиці випадкових чисел. Результати досліджень та наступних розрахунків приводять в таблиці 1.3.

Таблиця 1.2 -рівнем факторів і інтервали їх варіювання

рівні факторів	позначення	незалежні фактори		
		X ₁	X ₂	X ₃
Основний	0	X ₁₀	X ₂₀	X ₃₀
Інтервал варіювання	Δx _i	Δx ₁	Δx ₂	Δx ₃
Верхній	+1	+ x ₁	+ x ₂	+ x ₃
Нижній	-1	-x ₁	-x ₂	-x ₃

Таблиця 1.3 - Результати експериментів і перевірки адекватності математичної моделі

точки плану v	Поточне значення параметра оптимізації			Середнє значення \vec{y}_v	дисперсія досвіду S_v^2	Значення за моделлю \widehat{y}_v	дисперсія адекватності $(\vec{y}_v - \widehat{y}_v)^2$
	y ₁	y ₂	y ₃				
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
	$\vec{y} =$				$\sum S_v^2 =$		$\sum =$

Завданням ПФЕ є опис об'єкта у вигляді рівняння (1.4). Стівці матриці і результати експерименту дозволяють розраховувати коефіцієнт регресії b_i. Їх розраховують за формулою

$$b_i = \frac{\sum_{i=1}^N x_{iv} \vec{y}_v}{N}, \quad (1.5)$$

де, i = 0,1,2, ... k-номер фактора;

\vec{y}_v - середнє значення параметра оптимізації по r дослідів в точці з номером v.

$$\vec{y}_v = \frac{\sum_{j=1}^r y_{vj}}{r}. \quad (1.6)$$

Планування експерименту виходить із статистичного характеру залежності, тому отримані рівняння зв'язку піддається ретельному статистичному аналізу. При цьому проводять такі перевірки: перевірку однорідності дисперсії і перевірку значущості коефіцієнтів моделі.

Для перевірки однорідності дисперсії спочатку розраховують дисперсію, що характеризує похибку дослідів

$$S_v^2 = \frac{\sum_{j=1}^r (y_{vj} - \bar{y}_v)^2}{(r-1)}, \quad (1.7)$$

де, r - число повторних дослідів в кожній точці матриці ПФЕ.

Дисперсія параметра оптимізації, є середнім арифметичним з дисперсій N різних варіантів дослідів, яке розраховують за формулою $S^2\{y\}$

$$S^2\{y\} = \frac{\sum_{V=1}^N S_V^2}{N} = \frac{(\sum_{V=1}^N \sum_{j=1}^r (y_{Vj} - \bar{y})^2)}{N(r-1)} \quad (1.8)$$

Для перевірки однорідності дисперсій використовують критерій Кохрена. Критерій Кохрена використовують в тих випадках, коли число повторних дослідів у всіх точках плану однакове. З усіх дисперсій знаходять максимальну, яку потім ділять на суму всіх дисперсій. $S_V^2 S_V^2_{max}$

$$G_{кр} = \frac{S_V^2_{max}}{\sum_{V=1}^N S_V^2} \leq G_{кр \text{ табл.}} \quad (1.9)$$

Гіпотеза про однорідність дисперсій приймається, якщо розрахункові значення критерію не перевищують табличних. Критерій Кохрена знаходять при числі ступенів свободи чисельника $f_{числ.} = (r-1)$ і знаменника $f_{знам} = N$ (таблиця А1).

Перевірку значущості коефіцієнтів моделі проводять для кожного коефіцієнта незалежно. Для цього використовують перевірку по t -критерієм Стюдента. При використанні ПФЕ довірчі інтервали для всіх коефіцієнтів регресії рівні.

Розраховують дисперсію коефіцієнта регресії

$$S^2\{b\} = \frac{S^2\{y\}}{Nr} \quad (1.10)$$

Значення t -критерію Стюдента розраховують за формулою

$$t_i = \frac{|b_i|}{S\{b_i\}} > t_{кр.} \quad (1.11)$$

Коефіцієнти вважають значущими, якщо $t_i > t_{кр.}$, в інших випадках - незначним. Критичне значення $t_{кр.}$ знаходять при числі ступенів свободи $f = N(r - 1)$ при заданому рівні значимості $\alpha = 5\%$ (таблиця А2)

1.3 ПЕРЕВІРКА АДЕКВАТНОСТІ МОДЕЛІ

Для перевірки адекватності отриманої моделі необхідно розрахувати значення у всіх точках плану і порівняти його з експериментальними значеннями (див. табл. 1.3).

Розсіювання результатів експерименту щодо рівняння зв'язку, яке апроксимує задану функціональну залежність, можна характеризувати за допомогою залишкової дисперсії або дисперсії адекватності $S_{ад.}^2$, розрахунок якої здійснюється за формулою, яка справедлива тільки при однаковій кількості повторних дослідів

$$S_{ад.}^2 = \frac{r}{N-m} \sum_{v=1}^N (\hat{y}_V - \hat{y}_V)^2, \quad (1.12)$$

де m - число членів апроксимирующего полінома (з урахуванням вільного члена).

Дисперсію адекватності визначають з числом ступенів свободи

$$f_{ад} = N - m. \quad (1.13)$$

Перевірку гіпотези про адекватність моделі проводять за допомогою F - критерію Фішера, який розраховують за формулою

$$F = \frac{S_{ад.}^2}{S^2\{y\}}. \quad (1.14)$$

Якщо розраховані значення критерію Фішера менше критичних $F < F_{кр.}$ при відповідному числі ступенів свободи $f_{ад} = (N - m)$ і $f_y = [N(r - 1)]$ при заданому рівні значущості $\alpha\%$, то модель вважають адекватною. Значення F - критерію Фішера при $\alpha = 5\%$ наведені в додатку А (таблиця А3).

Якщо $S_{ад.}^2 < S^2\{y\}$, то модель адекватна і без розрахунку F- критерію Фішера.

1.1.4 Лабораторна робота 1

Отримання математичної моделі залежності температури різання від елементів режимів різання

Мета роботи - отримати математичну модель залежності температури різання від елементів режиму різання з використанням повного факторного експерименту типу 2^3 .

Устаткування, прилади, інструменти, заготовки.

- 1 Токарно-гвинторізний верстат мод. 16К20
- 2 Термопары
- 3 Різці з заданими постійними характеристиками
- 4 Гальванометр
- 5 Ізоляційні прокладки.

Зміст і порядок виконання роботи

1. У лабораторних умовах при поздовжньому точінні стали різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм (матеріал ріжучої частини Т5К10, геометричні параметри: $\gamma = 15^\circ, \alpha = 10^\circ, \varphi = 45^\circ$. Проводять ПФЕ типу 2^3 з метою отримання залежності температури різання від глибини різання t , подачі S і швидкості різання V . Для вимірювання температури різання використовують метод естественої термопары.

2. Для кожної змінної (фактора) вибирають два рівня її зміни: верхній (+1) і нижній (-1). Кожному фактору привласнюють відповідне кодове позначення: $V = x_1, S = x_2, t = x_3$. Значення факторів приведені в таблиці 1.4. *Таблиця 1.4 - Рівні незалежних факторів*

рівень	значення факторів			
	$V (x_1)$ м / хв.	$\Pi, \text{хв}^{-1}$	$S (x_2), \text{мм} / \text{об}$	$T (x_3), \text{мм}.$
Нижній (-1)		200	0,07	0,5
Нульовий (0)		350	0,16	1,25
Верхній (+1)		500	0,26	2,0

3. Будують матрицю ПФЕ (таблиця 1.5). Для кожного випробування визначають термо-е.р.с., яку за допомогою тарувальних графіків переводять в температуру різання. Мінімальна кількість дослідів $N = 2^3 = 8$. Для виключення впливу різних випадкових чинників проводять рандомізацію дослідів (при їх трикратному повторенні). Результат дослідів заносять в таблицю 1.5.

4. Математична модель залежності температури різання від елементів режиму різання повинна бути отримана у вигляді:

$$\theta = C_{\theta} v^x S^y t^z, \quad (1.15)$$

Де C_{θ} - постійний коефіцієнт, що враховує фізико-механічні властивості матеріалу заготовки і умови обробки;

x, y, z - показники ступенів.

Для отримання статичних залежностей використовують логарифмічні масштаби. Після логарифмування обох частин формули (1.15) і введення членів, які враховують взаємодії факторів, рівняння регресії матиме вигляд:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_{12} X_1 X_2 + b_{13} X_1 X_3 + b_{23} X_2 X_3 + b_{123} X_1 X_2 X_3, \quad (1.16)$$

де Y - логарифм температури різання;

$b_0, b_1, b_2 \dots$ - коефіцієнти регресії;

x_1, x_2, x_3 - відповідно логарифми швидкості різання V , подачі S і глибини різання t .

5. Для розрахунку коефіцієнтів регресії використовують стовпці матриці ПФЕ і логарифми середніх значень температури різання. ($\ln \bar{Y}_v$)

6. Коефіцієнти регресії b_i розраховують за формулами:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{8} (\ln \bar{Y}_1 + \ln \bar{Y}_2 + \ln \bar{Y}_3 + \ln \bar{Y}_4 + \ln \bar{Y}_5 + \ln \bar{Y}_6 + \ln \bar{Y}_7 + \ln \bar{Y}_8); \\ b_1 &= \frac{1}{8} (-\ln \bar{Y}_1 + \ln \bar{Y}_2 - \ln \bar{Y}_3 + \ln \bar{Y}_4 - \ln \bar{Y}_5 + \ln \bar{Y}_6 - \ln \bar{Y}_7 + \ln \bar{Y}_8); \\ b_2 &= \frac{1}{8} (-\ln \bar{Y}_1 - \ln \bar{Y}_2 + \ln \bar{Y}_3 + \ln \bar{Y}_4 - \ln \bar{Y}_5 - \ln \bar{Y}_6 + \ln \bar{Y}_7 + \ln \bar{Y}_8); \\ b_3 &= \frac{1}{8} (-\ln \bar{Y}_1 - \ln \bar{Y}_2 - \ln \bar{Y}_3 - \ln \bar{Y}_4 + \ln \bar{Y}_5 + \ln \bar{Y}_6 + \ln \bar{Y}_7 + \ln \bar{Y}_8); \quad (1.17) \\ b_{12} &= \frac{1}{8} (\ln \bar{Y}_1 - \ln \bar{Y}_2 - \ln \bar{Y}_3 + \ln \bar{Y}_4 + \ln \bar{Y}_5 - \ln \bar{Y}_6 - \ln \bar{Y}_7 + \ln \bar{Y}_8); \\ b_{13} &= \frac{1}{8} (\ln \bar{Y}_1 - \ln \bar{Y}_2 + \ln \bar{Y}_3 - \ln \bar{Y}_4 - \ln \bar{Y}_5 + \ln \bar{Y}_6 - \ln \bar{Y}_7 + \ln \bar{Y}_8); \\ b_{23} &= \frac{1}{8} (\ln \bar{Y}_1 + \ln \bar{Y}_2 - \ln \bar{Y}_3 - \ln \bar{Y}_4 - \ln \bar{Y}_5 - \ln \bar{Y}_6 + \ln \bar{Y}_7 + \ln \bar{Y}_8); \\ b_{123} &= \frac{1}{8} (-\ln \bar{Y}_1 + \ln \bar{Y}_2 + \ln \bar{Y}_3 - \ln \bar{Y}_4 + \ln \bar{Y}_5 - \ln \bar{Y}_6 - \ln \bar{Y}_7 + \ln \bar{Y}_8). \end{aligned}$$

7. Дисперсію, що характеризує похибку досліду, розраховують за формулою (1.7).

8. Дисперсію параметра оптимізації Y розраховують за формулою (1.8).

9. Проводять оцінку однорідності дисперсії по $G_{кр}$ Кохрена за формулою (1.9). Якщо дисперсія не однорідна то в точці плану з максимальною дисперсією виконують повторні досліди. Розрахунки повторюють з використанням знову отриманих значень Y_v .

10. Розраховують дисперсію коефіцієнта регресії за формулою (1.10).

11. Виконують перевірку значущості коефіцієнтів регресії $\tau_{кр}$ за Ст'юдентом (формула (1.11)).

12. З урахуванням значущих коефіцієнтів b_i . Записують отримані рівняння регресії і використовують його для розрахунку \hat{Y}_v (значення Y_v за отриманою моделлю). Результати розрахунку записують в таблицю 1.5.

13. Розраховують дисперсію адекватності (формула 1.12).

14. Проводять перевірку адекватності отриманої моделі за критерієм Фішера (формула 1.14).

15. Перехід від кодованих значень „ до натуральних змінним (елементам режиму різання) здійснюють за формулами: $X_1 X_2 X_3$

$$\begin{aligned} X_1 &= \left[\frac{2 \ln v - \ln v_{+1}}{\ln v_{+1} - \ln v_{-1}} + 1 \right] \\ X_2 &= \left[\frac{2 \ln S - \ln S_{+1}}{\ln S_{+1} - \ln S_{-1}} + 1 \right] \\ X_3 &= \left[\frac{2 \ln t - \ln t_{+1}}{\ln t_{+1} - \ln t_{-1}} + 1 \right] \end{aligned} \quad (1.18)$$

Таблиця 1.5 - Матриця ПФЕ типу 2^3 і результати вимірювань температури різання

№ досвіду	$V(x_1)$, м / хв	n , хв ⁻¹	$S(x_2)$, мм / об	$t(x_3)$, мм	кодові позначення								Температура різання $Y = Q$						дисперсія досвіду $S_{ад.}^2$	Значення за моделлю \hat{y}_V					
					x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y_{1V}	$\ln y_1$	y_{2V}	$\ln y_2$	y_{3V}	$\ln y_3$			середнє				
																					\bar{y}_V	$\ln \bar{y}_V$			
1, 9, 17																									
2, 10, 18																									
3, 11, 19																									
4, 12, 20																									
5, 13, 21																									
6, 14, 22																									
7, 15, 23																									
8, 16, 24																									
																			$\sum =$						

16. Значення X_1, X_2, X_3 , виражені формулами (1.18) підставляють в отримане рівняння регресії. Для отримання статичних залежностей результат потенціюють.

Зміст звіту

1. Наіменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Устаткування, прилади, інструменти, заготовки.
4. Схема вимірювання температури різання.
5. Незалежні фактори і рівні їх зміни (таблиця 1.4).
6. Матриця ПФЕ і результати розрахунків (таблиця 1.5).
7. Результати розрахунків коефіцієнтів регресії; дисперсії, що характеризують помилку досвіду і перевірку однорідності дисперсій за критерієм Кохрена.
8. Результати перевірки значущості коефіцієнтів регресії за критерієм Стьюдента.
9. Результати перевірки адекватності математичної моделі.
10. Математична модель.
11. Висновки.

Контрольні питання

1. У чому особливості повного фактичного експерименту.
2. Назвіть вимоги до параметру оптимізації Y .
3. Як вибирають незалежні чинники і рівні їх зміни.
4. Як визначають мінімальну кількість дослідів при повному фактичному експерименті?
5. З якою метою виконують повторні досліди?
6. Як будують матриці повного фактичного експерименту?
7. З якою метою виконують перевірку однорідності експерименту?
8. Як і за яким критерієм перевіряють однорідність дисперсій?
9. За яким критерієм перевіряють значущість коефіцієнтів регресії?
10. Що характеризує дисперсія адекватності?
11. Як здійснюють перевірку адекватності математичної моделі?

1.2 ОТРИМАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ МОДЕЛЮВАННЯМ ПРОЦЕСІВ ЗНОСУ ВИРОБІВ ТА МАТЕРІАЛІВ

1.2.1 Особливості моделювання процесу зносу

При розробці нових інструментальних матеріалів, технологій їх зміцнення і методів нанесення зносостійких покриттів велике значення має вибір методів оцінки їх зносостійкості. В даний час оцінку зносостійкості матеріалів і виробів виконують, як в процесі різання, так і при його моделюванні. Оцінка зносостійкості в процесі різання дозволяє найбільш точно визначити залежність зносу від таких факторів як швидкість і температура різання, час роботи інструменту і жорсткість технологічної системи. Однак, дуже часто на етапі попередніх досліджень, необхідно виконати попередню або порівняльну оцінку зносостійкості. У цих випадках використовують моделювання процесу зносу на зразках з інструментальних матеріалів. Для моделювання процесу зносу використовують прилад ЕХО-1 (рисунок 1.1). Прилад містить підставу 1 з розміщеним на ній приводом обертання 2 індентора 3 і тримачем, виконаним у вигляді консолі з обертотним заднім центром 5. На підставці 1 за допомогою опори змонтовані також дві паралельні направляючі 8, за якими вздовж осі індентора переміщається каретка 9. На каретці в підшипниках 10 закріплений двуплечний важіль 11, на плечі якого розміщений вантаж 12, а на іншому - тримач контртіла 13, виконаний у вигляді циліндричної обойми 14, вісь якої перпендикулярна осі індентора. Обойма забезпечена затискним гвинтом 15, фіксує контртіло. На каретці в підшипниках 10 закріплений двуплечний важіль 11, на плечі якого розміщений вантаж 12, а на іншому - тримач контртіла 13, виконаний у вигляді циліндричної обойми 14, вісь якої перпендикулярна осі індентора. Обойма забезпечена затискним гвинтом 15, фіксує контртіло. На каретці в підшипниках 10 закріплений двуплечний важіль 11, на плечі якого розміщений вантаж 12, а на іншому - держатель контртіла 13, виконаний у вигляді циліндричної обойми 14, вісь якої перпендикулярна осі індентора. Обойма забезпечена затискним гвинтом 15, фіксує контртіло.

Прилад працює в такий спосіб: після установки індентора в центрах і контртіла в циліндричній обоймі за допомогою приводу індентора повідомляють обертальний рух, а контртіло підтискають до нього під навантаженням. Через заданий час на контртіло з'являється відбиток (рисунок 1.2). Отримані на контртіло відбитки вимірюють на інструментальному мікроскопі по двом діаметрам, орієнтованим уздовж ($d_{\text{узд.}}$) і поперек ($d_{\text{поп.}}$)

осі контртіла. Потім визначають середні значення (формула 1.19). Далі каретку зміщують уздовж осі індентора, а контртіло в обоймі - перпендикулярно їй, забезпечуючи новий точковий контакт.

$$d_{\text{ср}} = (d_{\text{узд}} + d_{\text{поп}}) / 2. \quad (1.19)$$

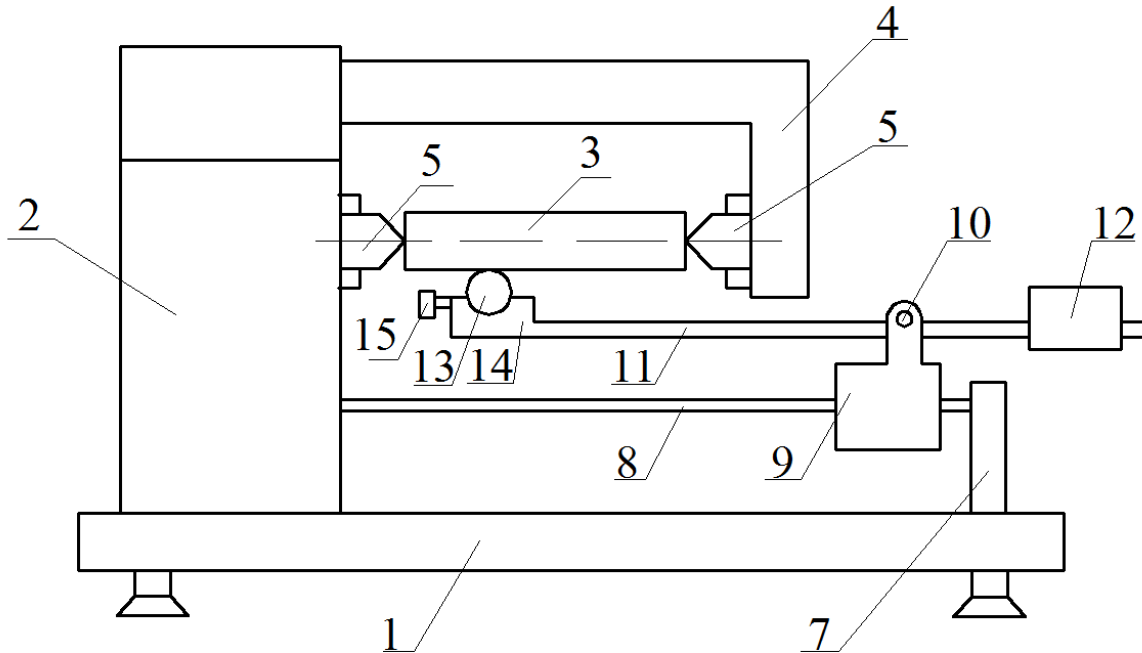


Рисунок 1.1 - Схема приладу для дослідження процесу зносу

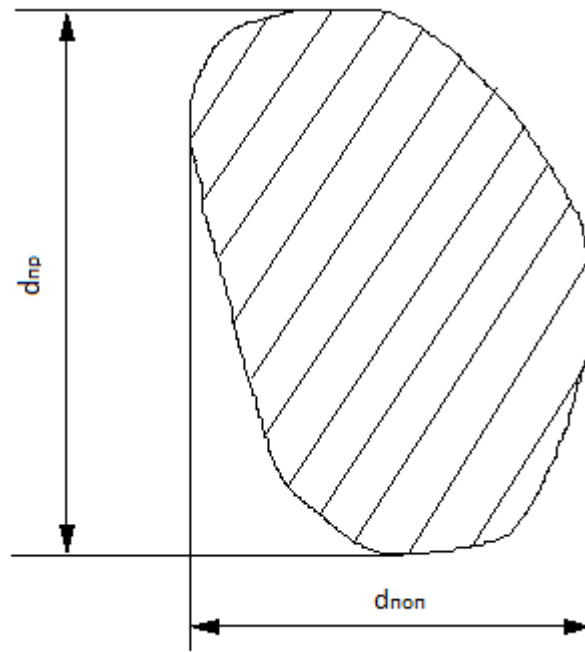


Рисунок 1.2 - Вид відбитка на контртілі

1.2.2 Лабораторна робота 2

Дослідження зносостійкості різних матеріалів моделюванням процесу зносу

Мета роботи: отримати залежності зносостійкості різних матеріалів від часу прикладання навантаження і величини навантаження при моделюванні процесу зносу.

Устаткування, прилади, інструменти

1. Прилад ЕХО-1
2. Зразки зі сталі Р6М5 і зі сталі Р6М5 зміцнені імпульсним магнітним полем (Р6М5 + ОІМП).
3. Інструментальний мікроскоп

Зміст і порядок виконання роботи

1. Моделювання процесу зносу виробляють в лабораторних умовах з використанням приладу ЕХО -1. При цьому вивчають конструкцію приладу і методику отримання відбитка на контртіло.

2. Для досліджень процесу зносу вибирають два різних зразка. Проводять дві серії дослідів: при постійному навантаженні $P = 80\Gamma$ і змінному часу випробувань $\tau_1 = 30\text{с}$, $\tau_2 = 60\text{с}$; $\tau_3 = 90\text{с}$; $\tau_4 = 120\text{с}$; і при постійному часі випробувань $\tau = 60\text{с}$ і зростаючої навантаженні $P_1 = 80\Gamma$, $P_2 = 100\Gamma$, $P_3 = 120\Gamma$, $P_4 = 150\Gamma$. На кожному режимі випробувань досвід повторюють 5 разів. Результати вимірювань діаметрів відбитків заносять до відповідних таблиць.

3. Так як час отримання діаметрів відбитків досить великий, то для оцінки зносостійкості різних матеріалів дані вимірювань пропонується взяти з таблиць 1.6 ... 1.9.

4. За результатами вимірювань для кожного режиму випробувань розраховують:

- середнє значення діаметра відбитка

$$d_{\text{ср.}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{\text{ср.}i} , \quad (1.20)$$

де $d_{\text{ср.}i}$ - поточне значення середнього діаметра відбитка для заданих умов випробувань;

n - число дослідів;

$i=1$ - коефіцієнт варіації діаметра відбитка

Таблиця 1.6 - Розміри діаметрів відбитків при залежності зносу сталі Р6М5 від часу випробувань (навантаження $P = 0,155\text{кг}$)

№ до-свіду	Час прикладання навантаження							
	$\tau = 30\text{с}$		$\tau = 60\text{с}$		$\tau = 90\text{с}$		$\tau = 120\text{с}$	
	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$
1	45x45		45x70		60x60		50x100	
2	50x55		50x70		55x90		65x100	
3	40x60		50x75		70x50		60x100	
4	45x65		45x70		60x90		70x100	
5	50x65		50x60		55x95		55x105	
	$\bar{d}_{\text{ср.}} =$		$\bar{d}_{\text{ср.}} =$		$\bar{d}_{\text{ср.}} =$		$\bar{d}_{\text{ср.}} =$	

Таблиця 1.7 - Розміри діаметрів відбитків при дослідженні залежності зносу зміцненої сталі (Р6М5 + ОІМП) від часу випробувань (навантаження $P = 0,155\text{кг}$)

№ до-свіду	Час прикладання навантаження							
	$\tau = 30\text{с}$		$\tau = 60\text{с}$		$\tau = 90\text{с}$		$\tau = 120\text{с}$	
	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$
1	30x40		35x50		50x40		40x80	
2	40x45		30x40		45x35		45x75	
3	30x50		30x45		40x35		40x60	
4	35x50		35x45		50x50		35x70	
5	40x55		30x60		35x55		35x80	
	$\bar{d}_{\text{ср.}} =$		$\bar{d}_{\text{ср.}} =$		$\bar{d}_{\text{ср.}} =$		$\bar{d}_{\text{ср.}} =$	

Таблиця 1.8 - Розміри діаметрів відбитків при дослідженні залежності зносу сталі Р6М5 від величини прикладеного навантаження (час випробувань $\tau = 60\text{с}$)

№ до-свіду	Величина навантаження, кГ							
	$P_1=0,04$		$P_2=0,155$		$P_3=0,190$		$P_4=0,250$	
	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$	$d_{\text{пр}} \times d_{\text{поп}}$	$d_{\text{ср.}}$
1	60x90		45x70		115x45		80x100	
2	45x60		45x70		80x80		75x125	
3	40x65		50x75		100x70		80x100	
4	40x60		45x70		75x65		65x115	
5	40x65		60x55		90x80		80x115	
	$\bar{d}_{\text{ср.}} =$		$\bar{d}_{\text{ср.}} =$		$\bar{d}_{\text{ср.}} =$		$\bar{d}_{\text{ср.}} =$	

Таблиця 1.9 – Розміри діаметрів відбитків при дослідженні залежності зносу зміцненої сталі (Р6М5 + ОІМП) від величини прикладеного навантаження (час випробувань $\tau = 60c$)

№ до-свіду	Величина навантаження, кГ							
	P ₁ =0,04		P ₂ =0,155		P ₃ =0,190		P ₄ =0,250	
	d _{пр} ×d _{поп}	d _{ср.}	d _{пр} ×d _{поп}	d _{ср.}	d _{пр} ×d _{поп}	d _{ср.}	d _{пр} ×d _{поп}	d _{ср.}
1	50×85		40×60		95×40		70×90	
2	45×50		45×55		70×70		65×115	
3	30×55		50×50		90×60		70×100	
4	50×50		35×65		65×55		65×105	
5	40×50		60×50		80×70		70×105	
	$\bar{d}_{ср.} =$		$\bar{d}_{ср.} =$		$\bar{d}_{ср.} =$		$\bar{d}_{ср.} =$	

$$V_{d_{ср.}} = \frac{\sigma_{d_{ср.}}}{d_{ср.}} \quad (1.21)$$

де, $G_{d_{ср.}}$ - середньоквадратичне відхилення діаметра відбитка;

$$\sigma_{d_{ср.}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_{ср.} - d_{ср.i})^2}{n-1}} \quad (1.22)$$

5. За результатами розрахунків будують графіки залежності діаметра відбитка (для різних зразків) від часу прикладання навантаження і величини прикладеного навантаження.

Зміст звіту

- 1 Назва роботи.
- 2 Мета роботи.
- 3 Устаткування, прилади, інструменти.
- 4 Схема і опис принципу роботи приладу ЕХО-1.
- 5 Результати вимірювань діаметрів відбитків для різних матеріалів і умов випробувань.
- 6 Результати розрахунку середніх значень і коефіцієнтів варіації діаметрів відбитків для різних матеріалів і умов випробувань.
- 7 Графіки залежностей середніх діаметрів відбитків від часу прикладання навантаження і величини прикладеного навантаження.
- 8 Висновки.

Контрольні питання

- 1 Назвіть переваги моделювання процесу зношування перед його оцінкою в процесі різання.
- 2 Назвіть призначення і принцип роботи приладу EXO-1.
- 3 Як здійснюють вимірювання діаметрів відбитків.
- 4 Чому при оцінці значень діаметрів виконують повторні дослідження?
- 5 Чи дозволяє метод моделювання процесу зношування оцінити зносостійкість інструментів або інших об'єктів?
- 6 Назвіть недоліки моделювання процесу зношування перед оцінкою зносу в процесі різання.

1.2.3 Лабораторна робота №3

Отримання математичних моделей залежності зносу зразків від величини і часу прикладання навантаження

Мета роботи - отримати математичні моделі залежності зносу зразків зі сталі Р6М5 і зразків зі сталі Р6М5 зміцнених імпульсним магнітним полем (Р6М5+ОІМП) від величини і часу прикладання навантаження з використанням повного факторного експерименту типу 2^2 .

Устаткування, прилади, інструменти, заготовки

- 1 Прилад ЕХО-1.
- 2 Зразки зі сталі Р6М5 і Р6М5, зміцнених імпульсним магнітним полем (Р6М5+ОІМП).
- 3 Набір вантажів.
- 4 Інструментальний мікроскоп.

Зміст і порядок виконання роботи

1 У лабораторних умовах при моделюванні зносу на приладі ЕХО-1 проводять ПФЕ типу 2^2 з метою отримання математичної моделі залежності зносу (діаметра відбитка d) від часу прикладання (τ) і величини навантаження (p).

2 Для кожної змінної (фактора) вибирають два рівня її вимірювання: верхній (+1) і нижній (-1). Кожному фактору привласнюють відповідне кодове значення: $\tau=x_1$, $P=x_2$, $d=x_2$, $d=y$. Значення факторів приведені в таблиці 1.10.

Таблиця 1.10 - Рівні незалежних факторів

рівень	значення факторів	
	$\tau (x_1)$, з	$P (x_2)$, кг
Нижній (-1)	60	0,155
Нульовий (0)	75	0,203
Верхній (+1)	90	0,250

3 Будують матриці ПФЕ для зразків зі сталі Р6М5 і (Р6М5+ОІМП) (таблиця 1.11, 1.12). Мінімальна кількість дослідів $N=2^2=4$. Для виключення впливу різних випадкових чинників проводять рандомізацію дослідів

(при їх трикратному повторенні). Методика отримання діаметрів відбитків приведена в п. 1.2.1. Результати дослідів заносять в таблицю 1.11 і 1.12.

4 Математична модель зносу зразків від величини і часу прикладання навантаження повинна бути отримана у вигляді

$$d = C_d \tau^x p^z, \quad (1.23)$$

де C_d - постійний коефіцієнт, що враховує властивості зразків і умов випробувань;

x, z - показники ступенів.

Для отримання статечних залежностей використовують логарифмічні масштаби. Після логарифмування обох частин формули (1.23) і ведення членів, що враховують взаємодію факторів, рівняння регресії матиме вигляд

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 \quad (1.24)$$

де y - логарифм діаметра відбитка;

b_1, b_2, b_{12} - коефіцієнт регресії;

x_1, x_2 - логарифми часу і величини навантаження.

5 Для розрахунку коефіцієнтів регресії використовують стовпці матриці ПФЕ і логарифми середніх значень діаметрів відбитків ($\ln \bar{y}_v$). Як приклад можна використовувати розрахунки за формулою (1.17).

6 Дисперсію, що характеризує похибку досліду, розраховують за формулою (1.7).

7 Дисперсію параметра оптимізації u розраховують за формулою (1.8).

8 Проводять оцінку однорідності дисперсій по $G_{кр}$. Кохрена за формулою (1.9). Якщо дисперсії не однорідні, то в точці плану з максимальною дисперсією виконують повторні досліди. Розрахунки повторюють з використанням знову отриманих значень y_v .

9 Розраховують дисперсію коефіцієнта регресії за формулою (1.10).

10 Виконують перевірку значущості коефіцієнтів регресії по $t_{кр}$. за-
Стьюдентом (формула 1.11).

11 З урахуванням значущих коефіцієнтів b_i записують отримане рівняння регресії і використовують його для розрахунку $\hat{y}_{ад}$ (значень y_v по моделі). Результати розрахунків записують в таблиці 1.11, 1.12.

12 Розраховують дисперсію адекватності (формула 1.12).

13 Проводять перевірку адекватності отриманої моделі за критерієм Фішера (формула 1.14).

Таблиця 1.11 - Матриця ПФЕ типу 22 і результати вимірювань діаметрів відбитків (зразки зі сталі Р6М5)

№ до-свіду	$x_1(\tau)$, с	$x_2(P)$, кг	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	Поточні значення у						Середні у		дисперсія досвіду S_v^2	Значення по нормалі $\hat{y}_{ад}$	
							y_1	$\ln y_1$	y_2	$\ln y_2$	y_3	$\ln y_3$	\bar{y}_v	$\ln \bar{y}_v$			
1,5,9	60	0,155	+	-	-	+	57,5		60,0		62,5						
2,6,10	90	0,155	+	+	-	-	70,7		72,5		75,0						
3,7,11	60	0,250	+	-	+	-	80,8		83,0		85,0						
4,8,12	90	0,250	+	+	+	+	95,0		100,0		98,0						

Таблиця 1.12 - Матриця ПФЕ типу 2² і результати вимірювань діаметрів відбитків (зразки зі сталі Р6М5+ОІМП)

№ до-свіду	$x_1(\tau)$, с	$x_2(P)$, кг	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	Поточні значення у						Середні у		дисперсія досвіду S_v^2	Значення по нормалі $\hat{y}_{ад}$	
							y_1	$\ln y_1$	y_2	$\ln y_2$	y_3	$\ln y_3$	\bar{y}_v	$\ln \bar{y}_v$			
1,5,9	60	0,155	+	-	-	+	42,5		40,0		40,0						
2,6,10	90	0,155	+	+	-	-	52,5		50,0		55,0						
3,7,11	60	0,250	+	-	+	-	65,0		60,0		65,0						
4,8,12	90	0,250	+	+	+	+	80,0		85,0		90,0						

14 Перехід від кодovаних значень x_1 і x_2 до натуральних змінних τ і P здійснюють за формулами

$$x_1 = \left[\frac{2(\ln\tau - \ln\tau_{+1})}{(\ln\tau_{+1} - \ln\tau_{-1})} + 1 \right], \quad (1.25)$$

$$x_2 = \left[\frac{2(\ln P - \ln P_{+1})}{(\ln P_{+1} - \ln P_{-1})} + 1 \right],$$

15 Значення x_1 і x_2 , виражені формулами (1.25) підставляють в отримані рівняння регресії. Для отримання статистичних залежностей результати потенціують.

Зміст звіту

- 1 Назва роботи.
- 2 Мета роботи.
- 3 Устаткування, прилади, інструменти, заготовки.
- 4 Схеми вимірювання діаметра відбитка.
- 5 Незалежні фактори і рівні їх вимірювання (таблиця 1.10).
- 6 Матриці ПФЕ і результати розрахунків діаметрів відбитків і їх логарифмів для зразків зі сталі Р6М5 і (Р6М5 + ОІМП) (таблиці 1.11, 1.12).
- 7 Результати розрахунків коефіцієнтів регресії; дисперсії, що характеризує похибку досліду, і перевірки однорідності дисперсій за критерієм Кохрена.
- 8 Результати перевірки значущості коефіцієнтів регресії за критерієм Стюдента.
- 9 Результати перевірки адекватності математичних моделей.
- 10 Математичні моделі зносу для різних зразків.
- 11 Висновки.

Контрольні питання

- 1 Назвіть можливості методу моделювання процесу зносу і рекомендовані області його застосування.
- 2 Назвіть порядок отримання математичних моделей методом ПФЕ.
- 3 Що характеризує адекватність математичних моделей і за яким критерієм її перевіряють?
- 4 Як визначають області зміни незалежних факторів τ і P ?
- 5 Назвіть відмінності математичних моделей зносу для різних видів зразків.

6 Чи дозволяє метод моделювання процесу зношування отримати адекватні моделі при різних фізико-механічні властивості досліджуваних зразків?

1.3 Побудова моделей в середовищі EXCEL FOR WINDOWS

Модель - це об'єкт, система або поняття, задані у формі, що відрізняється від форми їх реального існування. Математична модель $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ - це опис об'єкта, системи або процесу за допомогою математичної символіки. величини x_1, x_2, \dots, x_n зазвичай називають факторами, величину y - відгуком.

При виборі моделі, як правило, перевага віддається практичній точці зору, але не завжди. Іноді будь-яка модель вибирається просто тому, що вона простіша. Зазвичай це лінійна модель $y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n$. коефіцієнти $b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$ підбираються так, щоб обрана модель найкращим чином відповідала тим статистичними даними, якими ми в даний момент маємо. Для лінійних моделей коефіцієнти $b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$ визначають за методом найменших квадратів. При виконанні певних умов цей метод, в порівнянні з іншими методами, дає найкращий результат. Нелінійні моделі намагаються тими або іншими перетвореннями звести до лінійних.

Інформаційною базою при знаходженні моделі є статистичні дані (вибірки) двох видів:

1 *Варіаційні ряди*- набір даних, що показують кількісну міру деякої ознаки у об'єктів, що належать до якоїсь загальної сукупності. Наприклад, період стійкості різального інструменту при одних і тих же умовах його експлуатації; трудомісткість виготовлення інструменту на різних інструментальних заводах; середній період стійкості інструментів різної якості і т. д. Передбачається, що такі дані зібрані в один і той же час або, принаймні, час збору даних відрізняється несуттєво.

2 *Тимчасові (динамічні) ряди*- послідовність спостережень за яким-небудь процесом або явищем через рівновіддалені проміжки часу. Наприклад, знос інструментів при різній швидкості різання; знос інструментів з різних інструментальних матеріалів; знос інструментів з покриттями і т. д.

Маючи математичну модель об'єкта або процесу, отримують можливість розраховувати їх характеристики для тих ситуацій, для яких немає статистичних спостережень, тобто з'являється можливість робити прогнози. Прогноз - це розрахунок показника y за заданим значенням x на підставі математичної моделі.

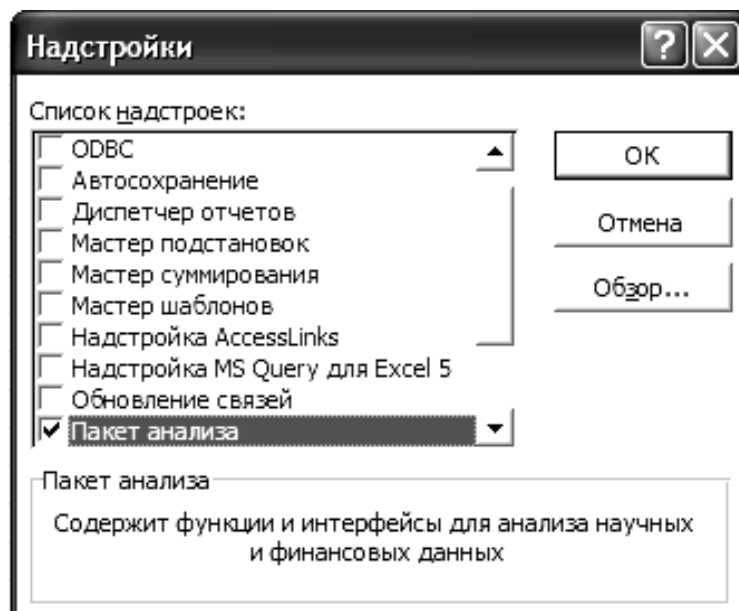
При обробці статистичних даних (вбірок) кожного виду використовується специфічний математичний апарат: методи математичної статистики і методи аналізу випадкових процесів. Використання цих методів пов'язане з громіздкими і трудомісткими обчисленнями. Для обробки статистичних даних рекомендують спеціальні пакети програм, одним з яких є пакет аналізу в середовищі Excel for Windows.

1.3.1 Побудова лінійної моделі в Excel (приклад)

1 Налаштування пакета аналізу

Для проведення аналізу в пакеті Excel повинен бути встановлений «Пакет аналізу». Шлях: Сервіс - Надбудови - Пакет аналізу - Ок.

Після цього в меню «Сервіс» додається рядок «Аналіз даних»:



2 Введення даних

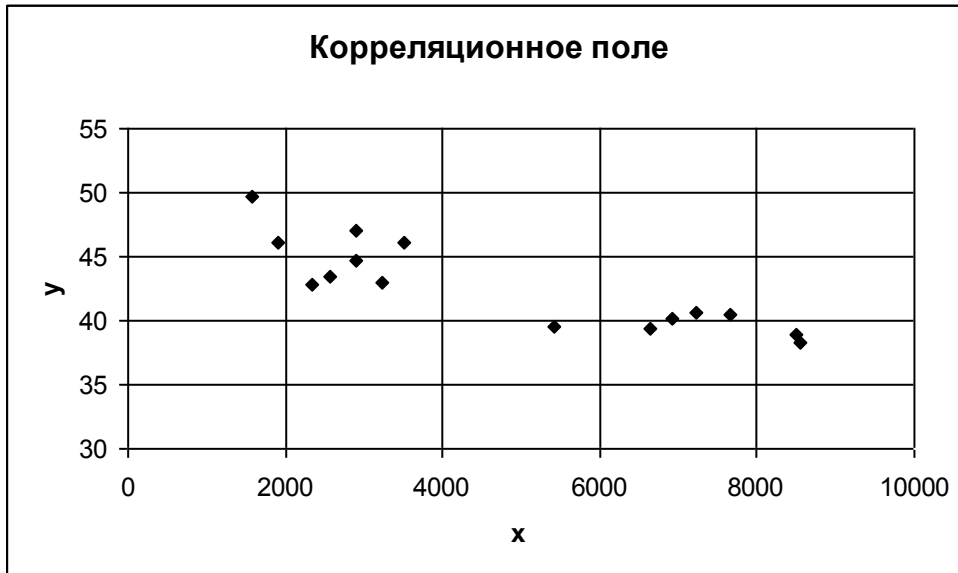
Вихідні дані вводяться на робочий аркуш пакета Excel (таблиця 1.13).

Таблиця 1.13 - Вихідні дані для отримання моделі

рядки Excel	стовпці Excel	
	A	B
1	x	y
2	8540	38,34
3	2911	44,69
4	6630	39,4
5	8492	38,93
6	2901	46,96
7	5410	39,48
8	1920	46,05
9	2569	43,5
10	3520	56,11
11	2340	42,79
12	6921	40,15
13	7671	40,44
14	1 586	69,76
15	3223	42,99
16	7224	40,69

За вихідними даними будується кореляційне поле за допомогою «Майстра діаграм», тип діаграми - точкова.

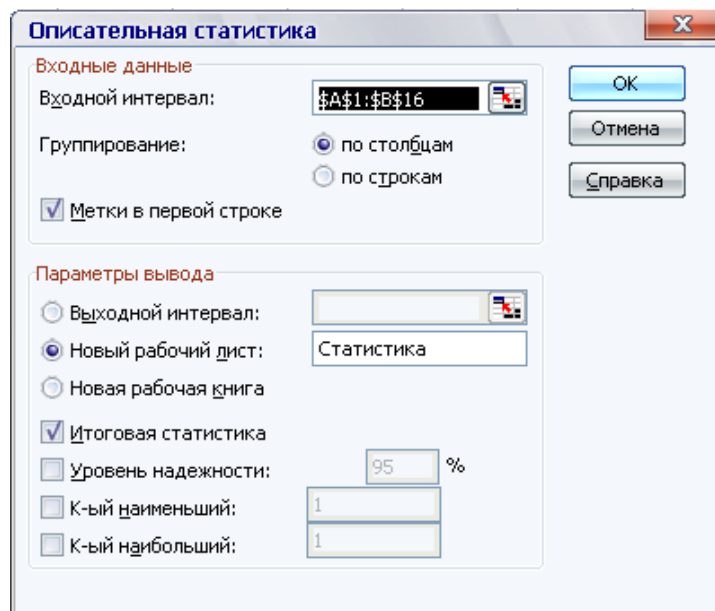
Діаграма форматується таким чином, щоб найбільш ясно представ- лялися вихідні дані. наприклад:



3 Знаходження основних числових характеристик

Щоб знайти основні числові характеристики, вибираємо пункт меню Сервіс - Аналіз даних - Описова статистика.

Тут: задаємо вхідний інтервал для x і y - A1: B16; встановлюємо прапорець у віконцях «Мітки» і «Підсумкова статистика»; «Вихідний діапазон» - на новий лист або вказати вихідний інтервал (блок з 15 рядків і 4 стовпців для однофакторної регресії, 15 на 6 - для двухфакторної) на вихідному аркуші.



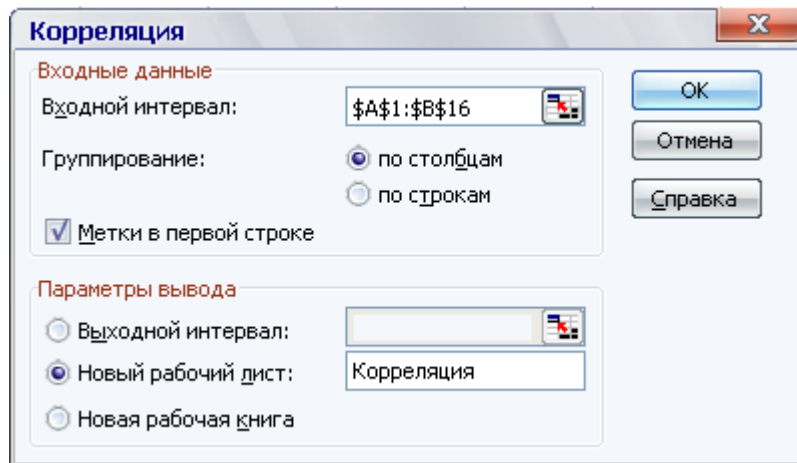
Виходить наступна таблиця для однофакторної регресії (таблиця 1.14).

Таблиця 1.14 - Основні числові характеристики

	x	y
Середнє	4790,533	42,68533
Стандартна помилка	657,9484	0,888182
Медіана	3520	42,79
Мода	#Н/Д	#Н/Д
Стандартне відхилення	2548,223	3,439913
Дисперсія вибірки	6493442	11,833
Екссес	-1,71267	-0,64459
Асиметричність	0,280614	0,567193
Інтервал	6954	11,42
Мінімум	1 586	38,34
Максимум	8540	49,76
Сума	71858	640,28
Рахунок	15	15

4 Знаходження коефіцієнта кореляції

Вибирається пункт меню Сервіс - Аналіз даних - Кореляція. Здається вхідний інтервал для X і Y - A1: B16 (групування даних - по стовпцях), встановлюється прапорець у віконці «Мітки» (це означає, що в першому рядку - мітки (імена даних) - x і y), «Вихідний діапазон» - на новий лист або вказується вихідний інтервал на вихідному аркуші.



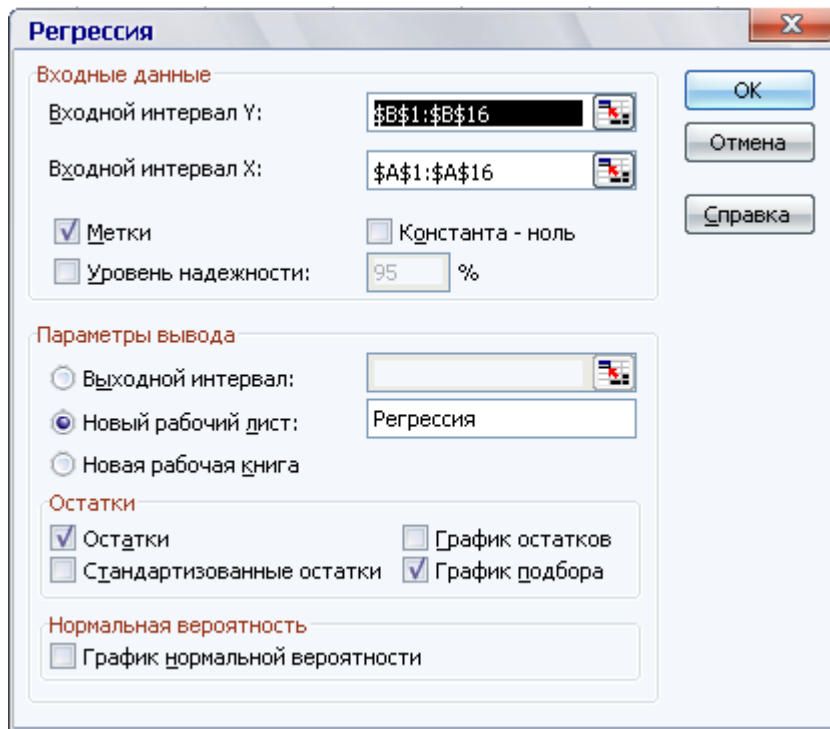
Отримана матриця симетрична щодо головної діагоналі. Для однофакторної регресії отримуємо матрицю наступного виду:

	x	y
x	1	
y	-0,86389	1

коефіцієнт кореляції $r = -0,864$, Що свідчить про наявність достатньої лінійної залежності між фактором x і відгуком y . Знак «-» означає, що зв'язок зворотна - з ростом факторах відгук y зменшується.

5 Знаходження параметрів лінійної регресії

Щоб знайти параметри регресії, вибираємо пункт меню Сервіс - Аналіз даних - Регресія. Тут задаємо діапазони окремо для Y , окремо - для X (для багатфакторної регресії в поле «Вхідний інтервал X » виділяємо все значення X), встановлюємо прапорець у віконці «Мітки», «Залишки», «Графік підбору», «Вихідний діапазон» - на новий лист, Ок.



Результат отримуємо у вигляді декількох таблиць (таблиці 1.15 - 1.18) і графіка підбору (рисунок 1.4). У таблицях жирним шрифтом виділені величини, які будуть використовуватися для подальших розрахунків.

Таблиця 1.15 - Регресійна статистика

Множинний R	0,8639
R-квадрат	0,7463
Нормований R-квадрат	0,7268
Стандартна помилка	1,7980
Спостереження	15

Тут R-квадрат = 0,746 (74,6%) - значить, загальна якість моделі гарне; стандартна помилка $\sigma_e = 1,798$.

Таблиця 1.16 - Дисперсійний аналіз

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>значимість F</i>
Регресія	1	123,6341	123,6341	38,2423	0,000033
Залишок	13	42,0279	3,2329		
Разом	14	165,6620			

Значимість $F = 0,000033$, що означає, що отримана модель адекватна за критерієм Фішера вихідними даними з рівнем довіри $100\% - 0,000033 \cdot 100\% = 99,997\%$. Всі подальші розрахунки виконуються тільки за умови адекватності моделі.

Таблиця 1.17 - Коефіцієнти моделі

	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t- статистика	P- значення	Нижні 95%	Верхні 95%
Y-перетин	48,2720	1,0157	47,5256	5,78202 E-16	46,077	50,4663
x	-0,0012	0,0002	-6,1840	3,30228 E-05	-0,002	-0,0008

Тут коефіцієнти лінійної моделі $b_0 = 48,272$, $b_1 = -0,0012$.

Обидва коефіцієнта статистично значущі за критерієм Стьюдента, т.

К. Для b_0 Р-Значення = $5,78202 \text{ E} - 16 = 5,78202 \cdot 10^{-16} < 0,05$. і для b_1 Р-Значення = $3,30228 \text{ E} - 05 = 3,30228 \cdot 10^{-5} < 0,05$.

отримана модель $y = 48,272 - 0,0012 \cdot x$.

Таблиця 1.18 - Висновок залишку

Спостереження	Передбачене у	Залишки
1	38,31	0,03
2	44,88	-0,19
3	40,54	-1,14
4	38,37	0,56
5	44,89	2,07
6	41,96	-2,48
7	46,03	0,02
8	45,28	-1,78
9	44,17	1,94
10	45,54	-2,75
11	40,20	-0,05
12	39,33	1,11
13	46,42	3,34
14	44,51	-1,52
15	39,85	0,84

Тут «Передбачене у» - розраховані за моделлю значення відгуку.

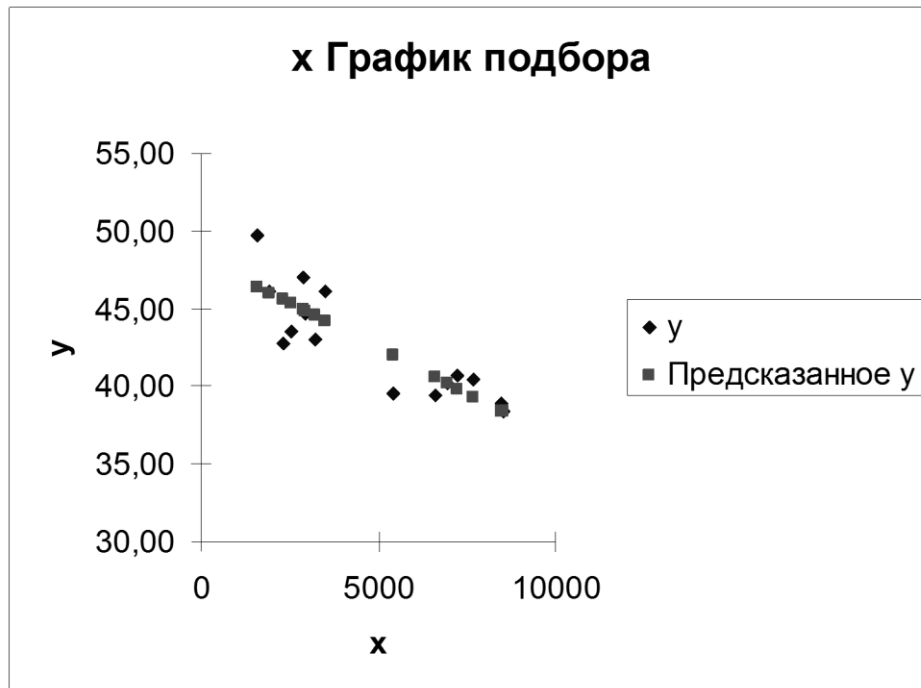


Рисунок 1.4 - График підбирання

6 Розрахунок довірчого інтервалу для прогнозу

Довірчий інтервал для прогнозованого відгуку y у записується у вигляді: $(y(x) - \delta, y(x) + \delta)$, де

$$\delta = \sigma_e t_\gamma \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x - x_{cp})^2}{(n-1)D(x)}};$$

$\sigma_e = 1,798$ - стандартная помилка (див. табл. 1.15);

$n = 15$ - кількість спостережень;

$\bar{x} = 4790,533$ - середнє значення фактора (див. табл. 1.14);

$D(x) = 6493442$ - дисперсія вибірки (див. табл. 1.14);

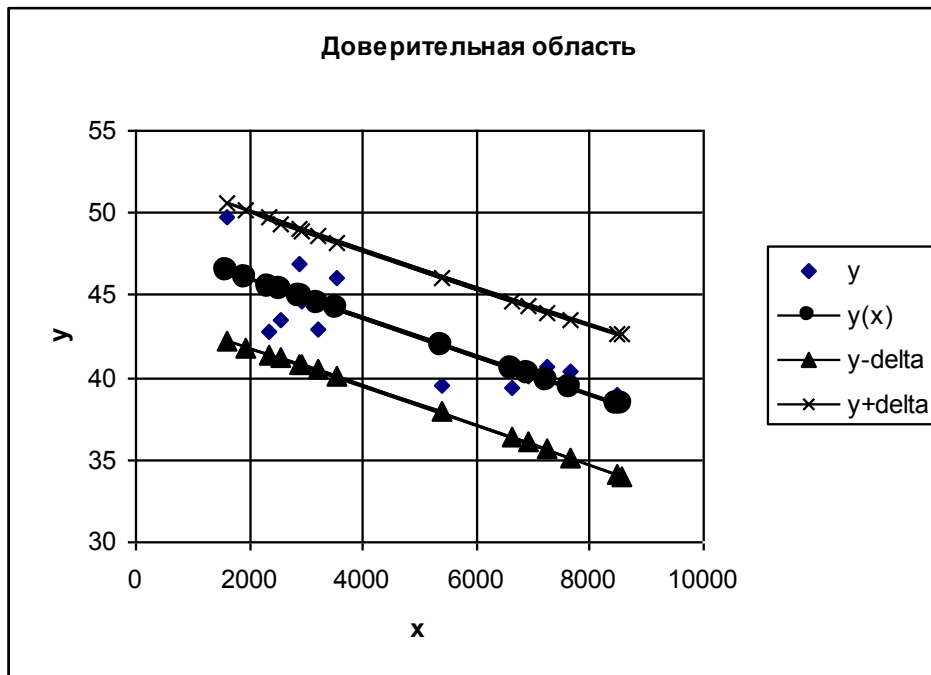
t_γ - критична точка розподілу Стьюдента.

Щоб знайти t_γ , Вибирають команду «Вставка функції», категорію «Статистичні», функцію СТЬЮДРАСПОБР. Вводять необхідну ймовірність (0,05) і число ступенів свободи ($k_2 = n - 2$). Отримують для однофакторной регресії (при $n = 15$) $t_\gamma = 2,16$.

7 Побудова довірчої області для прогнозу

Довірча область - сукупність довірчих інтервалів. Будують точкову діаграму: по осі абсцис - значення фактора x , по осі ординат - значення

відгуку y , розрахункових значень $y(x)$ і кордонів довірчих інтервалів $(y(x) - \delta)$, $(y(x) + \delta)$. Отримують діаграму:



8 Розрахунок максимального % помилки прогнозування

Максимальний % помилки прогнозування розраховується за формулою:

$$\Delta = \left| \frac{\delta}{y(x)} \right| \cdot 100\% .$$

9 Висновки по роботі

В результаті статистичного аналізу даних отримано, що між фактором x і відгуком y існує достатня лінійна залежність, т. я. коефіцієнт кореляції $r = -0,864$, то ця залежність зворотна.

Середнє значення фактора $\bar{x} = 4790,533$, Середнє значення відгуку $\bar{y} = 42,685$.

Отримана модель зв'язку між фактором x і відгуком y :

$$y = 48,272 - 0,0012 \cdot x .$$

Модель адекватна вихідним даним за критерієм Фішера з рівнем довіри більше 95%. Обидва коефіцієнта статистично значущі за критерієм Стьюдента ..

Максимальний % помилки прогнозування складає близько 10%.

Листи Excel з розрахунками наведені на малюнках 1.5 і 1.6.

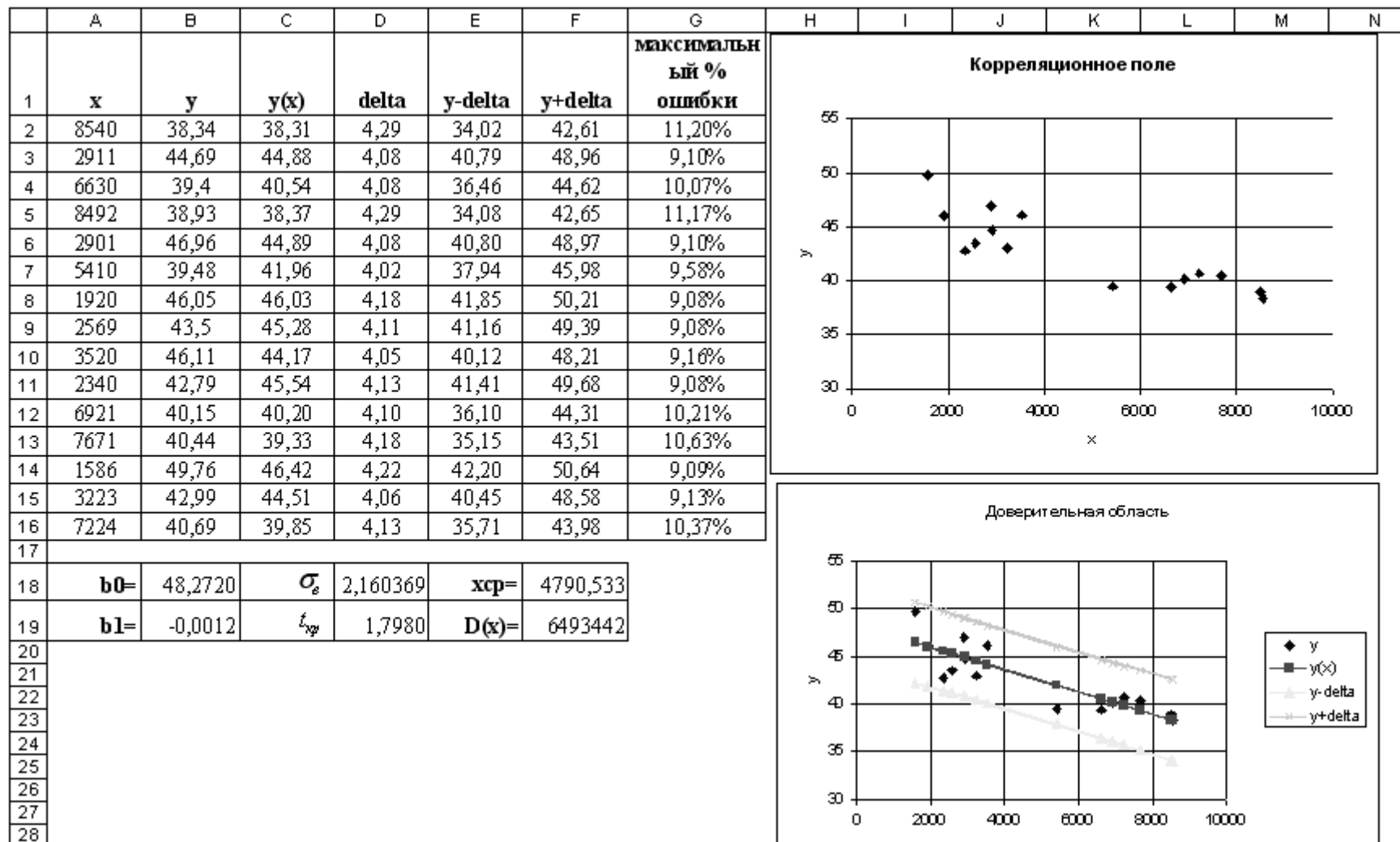


Рисунок 1.5 - Розрахунок в Excel

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	y	y(x)	delta	y-delta	y+delta	максимальный % ошибки
2	8540	38,34	=B\$18+B\$19*A2	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A2-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C2-D2	=C2+D2	=ABS(D2/C2)*100%
3	2911	44,69	=B\$18+B\$19*A3	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A3-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C3-D3	=C3+D3	=ABS(D3/C3)*100%
4	6630	39,4	=B\$18+B\$19*A4	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A4-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C4-D4	=C4+D4	=ABS(D4/C4)*100%
5	8492	38,93	=B\$18+B\$19*A5	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A5-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C5-D5	=C5+D5	=ABS(D5/C5)*100%
6	2901	46,96	=B\$18+B\$19*A6	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A6-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C6-D6	=C6+D6	=ABS(D6/C6)*100%
7	5410	39,48	=B\$18+B\$19*A7	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A7-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C7-D7	=C7+D7	=ABS(D7/C7)*100%
8	1920	46,05	=B\$18+B\$19*A8	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A8-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C8-D8	=C8+D8	=ABS(D8/C8)*100%
9	2569	43,5	=B\$18+B\$19*A9	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A9-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C9-D9	=C9+D9	=ABS(D9/C9)*100%
10	3520	46,11	=B\$18+B\$19*A10	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A10-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C10-D10	=C10+D10	=ABS(D10/C10)*100%
11	2340	42,79	=B\$18+B\$19*A11	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A11-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C11-D11	=C11+D11	=ABS(D11/C11)*100%
12	6921	40,15	=B\$18+B\$19*A12	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A12-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C12-D12	=C12+D12	=ABS(D12/C12)*100%
13	7671	40,44	=B\$18+B\$19*A13	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A13-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C13-D13	=C13+D13	=ABS(D13/C13)*100%
14	1586	49,76	=B\$18+B\$19*A14	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A14-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C14-D14	=C14+D14	=ABS(D14/C14)*100%
15	3223	42,99	=B\$18+B\$19*A15	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A15-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C15-D15	=C15+D15	=ABS(D15/C15)*100%
16	7224	40,69	=B\$18+B\$19*A16	=D\$18*D\$19*КОРЕНЬ(1+1/15+((A16-\$F\$18)^2)/(14*\$F\$19))	=C16-D16	=C16+D16	=ABS(D16/C16)*100%
17							
18	b0=	48,27198	σ_e	=СТЫОДРАСПОБР(0,05;13)	xcp=	4790,53333	
19	b1=	-0,001166	t_{α}	1,79803121122606	D(x)=	6493441,83	
20							

Рисунок 1.6 - Лист з формулами в Excel

1.3.2 Побудова статечної моделі в Excel (приклад)

При побудові лінійної залежності $y = b_0 + b_1x$ використовуються задані значення x і y , при побудові статечної залежності $y = ax^b$ використовуються їх логарифми ($\ln x$ і $\ln y$). Послідовність роботи аналогічна.

1 Налаштування пакета аналізу

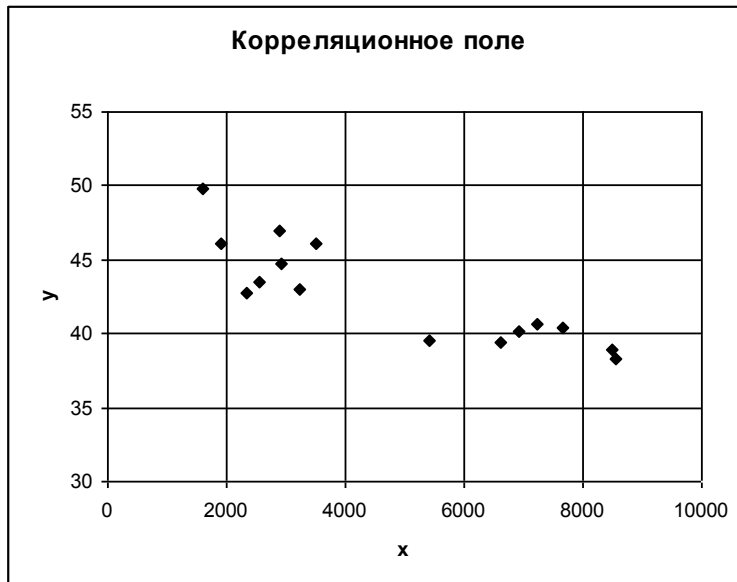
2 Введення даних

Вводимо початкові дані і знаходимо їх логарифми (таблиця 1.19):

Таблиця 1.19 - Вихідні дані

	A	B	C	D
1	x	y	ln x	ln y
2	8540	38,34	9,05	3,65
3	2911	44,69	7,98	3,80
4	6630	39,4	8,80	3,67
5	8492	38,93	9,05	3,66
6	2901	46,96	7,97	3,85
7	5410	39,48	8,60	3,68
8	1920	46,05	7,56	3,83
9	2569	43,5	7,85	3,77
10	3520	46,11	8,17	3,83
11	2340	42,79	7,76	3,76
12	6921	40,15	8,84	3,69
13	7671	40,44	8,95	3,70
14	1586	49,76	7,37	3,91
15	3223	42,99	8,08	3,76
16	7224	40,69	8,89	3,71

За вихідними даними будується кореляційне поле за допомогою «Майстра діаграм», тип діаграми - точкова.



3 Знаходження основних числових характеристик

В якості вхідного інтервалу виділяємо все 4 шпальти.

Виходить наступна таблиця для однофакторної регресії (таблиця 1.20).

Таблиця 1.20 - Основні числові характеристики

	x	y	$\ln x$	$\ln y$
Середнє	4790,53	42,6853	8,3266	3,75089
Стандартна помилка	657,948	0,88818	0,14947	0,02049
Медіана	3520	42,79	8,16622	3,7563
Мода	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
Стандартне відхилення	2548,22	3,43991	0,5789	0,07937
Дисперсія вибірки	6493442	11,833	0,33513	0,0063
Екссес	-1,7127	-0,6446	-1,5251	-0,8672
Асиметричність	0,28061	0,56719	-0,1262	0,45444
Інтервал	6954	11,42	1,68355	0,26072
Мінімум	1 586	38,34	7,36897	3,64649
Максимум	8540	49,76	9,05252	3,90721
Сума	71858	640,28	124,899	56,2633
Рахунок	15	15	15	15

4 Знаходження коефіцієнта кореляції

В якості вхідного діапазону виділяємо стовпці з логарифмами. отримуємо:

	$\ln x$	$\ln y$
$\ln x$	1	
$\ln y$	-0,89272	1

Коефіцієнт кореляції $r = -0,893$, що свідчить про наявність достатньої лінійної залежності між $\ln x$ і $\ln y$. Знак «-» означає, що зв'язок зворотна.

5 Знаходження параметрів лінійної регресії

Щоб знайти параметри регресії, вибираємо пункт меню Сервіс - Аналіз даних - Регресія. Тут задаємо діапазони окремо для $\ln y$, окремо - для $\ln x$, встановлюємо прапорець у віконці «Мітки», «Залишки», «Графік підбору», «Вихідний діапазон» - на новий лист. Ок.

Результат отримуємо у вигляді декількох таблиць (таблиці 1.20 - 1.23) і графіка підбору (рисунок 1.7).

Таблиця 1.20 - Регресійна статистика

Множинний R	0,892723765
R-квадрат	0,796955721
Нормований R-квадрат	0,781336931
Стандартна помилка	0,037116526
Спостереження	15

Тут R-квадрат = 0,7969 (79,69%) - значить, загальна якість моделі гарне; стандартна помилка $\sigma_e = 0,0371$.

Таблиця 1.21 - Дисперсійний аналіз

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	значимість F
Регресія	1	0,070294515	0,070295	51,02544	0,0000076
Залишок	13	0,017909275	0,001378		
Разом	14	0,08820379			

Значимість F = 0,0000076, що означає, що отримана модель адекватна вихідним даним за критерієм Фішера з рівнем довіри 100% - $0,0000076 \cdot 100\% = 99,9992\%$. Всі подальші розрахунки виконуються тільки за умови адекватності моделі.

Таблиця 1.22 - Коефіцієнти моделі

	Коефіцієнти	Стандартна помилка	<i>t</i> -статистика	<i>P</i> -Значення	Нижні 95%	Верхні 95%
Y-перетин	4,770082187	0,143001901	33,35677	5,56E-14	4,4611454	5,079019
$\ln x$	-0,122402417	0,017135493	-7,14321	7,55E-06	-0,159421	-0,08538

Тут коефіцієнти лінійної моделі $b_0 = 4,77$, $b_1 = -0,122$. Обидва коефіцієнта статистично значущі за критерієм Стьюдента, т. я. для b_0 Р-Значення = $5,56 \text{E} - 14 = 5,56 \cdot 10^{-14} < 0,05$ і для b_1 Р-Значення = $7,55 \text{E} - 06 = 7,55 \cdot 10^{-6} < 0,05$.

Отримана модель $\ln y = 4,77 - 0,122 \cdot \ln x$.

Перераховуємо коефіцієнти, щоб записати ступеневу модель. $a = e^{b_0} = e^{4,77} = 117,93$, $b = b_1 = -0,122$. Отримана статична модель $y = 117,93 x^{-0,122}$.

Таблиця 1.23 - Висновок залишку

Спостереження	Передбачене $\ln y$	Залишки
1	3,66203	-0,01554
2	3,79377	0,00598
3	3,69302	-0,01925
4	3,66272	-0,00096
5	3,79419	0,05511
6	3,71791	-0,04212
7	3,84471	-0,01498
8	3,80907	-0,03631
9	3,77052	0,06051
10	3,82050	-0,06419
11	3,68776	0,00486
12	3,67517	0,02465
13	3,86810	0,03911
14	3,78131	-0,02034
15	3,68252	0,02347

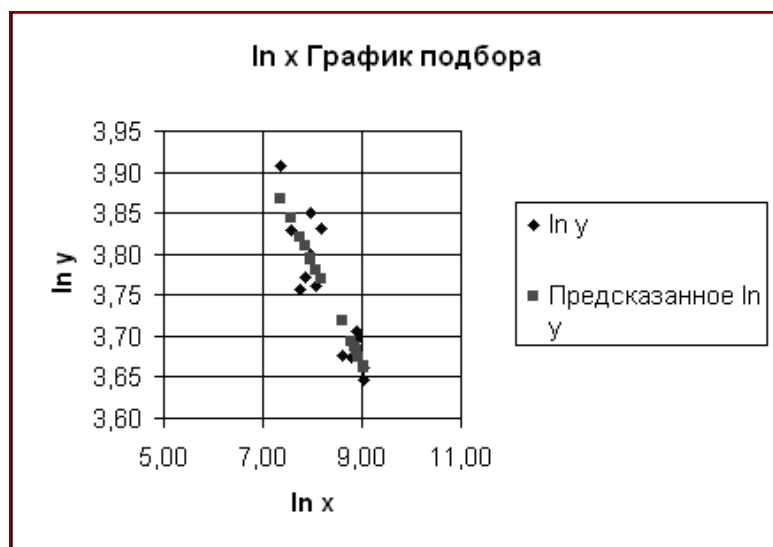


Рисунок 1.7 - Графік підбору

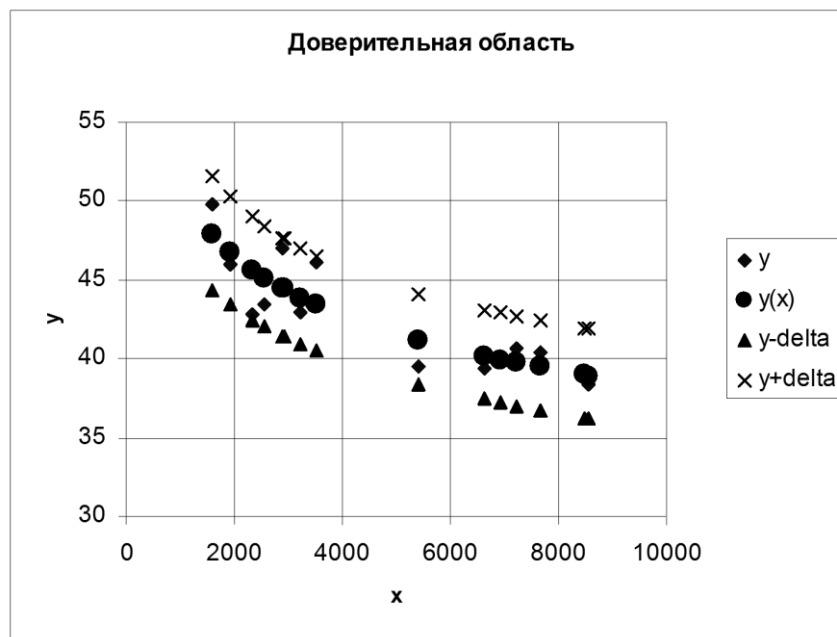
6 Розрахунок довірчого інтервалу для прогнозу

Довірчий інтервал для прогнозованого відгуку на початку записується у вигляді: $(\ln y - \delta, \ln y + \delta)$, потім перераховується для відгуку y за формулами $y - \delta = \exp(\ln y - \delta)$, $y + \delta = \exp(\ln y + \delta)$.

7 Побудова довірчої області для прогнозу

Довірча область - сукупність довірчих інтервалів.

Будують точкову діаграму: по осі абсцис - значення фактора x , по осі ординат - значення відгуку y , розрахункових значень $y(x)$ і кордонів довірчих інтервалів $(y(x) - \delta)$, $(y(x) + \delta)$. Отримують діаграму:



8 Розрахунок максимального % помилки прогнозування

Максимальний % помилки прогнозування розраховується за формулою:

$$\Delta = \left| \frac{\delta}{y(x)} \right| \cdot 100\% .$$

9 Висновки по роботі

В результаті статистичного аналізу даних отримано, що між фактором x і відгуком y існує достатня лінійна залежність, т. я. коефіцієнт кореляції $r = -0,893$, і ця залежність зворотна.

Середнє значення фактора $\bar{x} = 4790,533$, Середнє значення відгуку $\bar{y} = 42,685$.

Отримана модель зв'язку між фактором x і відгуком y :

$$y = 117,93x^{-0,122}.$$

Модель адекватна вихідним даним за критерієм Фішера з рівнем довіри більше 95%. Обидва коефіцієнта статистично значущі за критерієм Стьюдента.

Максимальний % помилки прогнозування складає близько 3%.

Листи Excel з розрахунками наведені на малюнках 1.8, 1.9.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	y	ln x	ln y	ln y(ln x)	delta	ln y(ln x) - delta	ln y(ln x) + delta	y(x)	y-delta	y+delta	максимальний % ошибки
2	8540	38,34	9,05	3,65	3,66	0,07	3,59	3,73	38,94	36,22	41,87	2,76%
3	2911	44,69	7,98	3,80	3,79	0,07	3,72	3,86	44,42	41,43	47,63	2,41%
4	6630	39,4	8,80	3,67	3,69	0,07	3,62	3,76	40,17	37,43	43,10	2,67%
5	8492	38,93	9,05	3,66	3,66	0,07	3,59	3,74	38,97	36,25	41,89	2,76%
6	2901	46,96	7,97	3,85	3,79	0,07	3,72	3,86	44,44	41,45	47,65	2,41%
7	5410	39,48	8,60	3,68	3,72	0,07	3,65	3,79	41,18	38,42	44,14	2,60%
8	1920	46,05	7,56	3,83	3,84	0,07	3,77	3,92	46,75	43,46	50,28	2,30%
9	2569	43,5	7,85	3,77	3,81	0,07	3,74	3,88	45,11	42,04	48,40	2,38%
10	3520	46,11	8,17	3,83	3,77	0,07	3,70	3,84	43,40	40,50	46,51	2,47%
11	2340	42,79	7,76	3,76	3,82	0,07	3,75	3,89	45,63	42,49	48,99	2,35%
12	6921	40,15	8,84	3,69	3,69	0,07	3,62	3,76	39,96	37,23	42,88	2,69%
13	7671	40,44	8,95	3,70	3,68	0,07	3,60	3,75	39,46	36,73	42,38	2,72%
14	1586	49,76	7,37	3,91	3,87	0,07	3,79	3,94	47,85	44,40	51,58	2,25%
15	3223	42,99	8,08	3,76	3,78	0,07	3,71	3,85	43,87	40,93	47,02	2,44%
16	7224	40,69	8,89	3,71	3,68	0,07	3,61	3,75	39,75	37,02	42,67	2,70%
17												
18	b0=	4,77	a=	117,93					σ_e	0,03712	ln xcp=	8,3266
19	b1=	-0,1224	b=	-0,1224					t_{xp}	1,7980	D(ln x)=	0,33513

Рисунок 1.8 - Лист з розрахунками статичної функції в Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x	y	lnx	lny	lny(ln x)	delta	ln y(ln x) delta	ln y(ln x) +delta	y(x)	y-delta	y+delta	МОДИФИЦИРОВАННЫЙ % ошибка
2	8540	38,34	=LN(A2)	=LN(B2)	=B2*E2	=B2*(1+1/15+((C2-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E2-F2	=E2+F2	=D\$18*A2^D\$19	=EXP(G2)	=EXP(H2)	=ABS(F2/I2)*100%
3	2911	44,69	=LN(A3)	=LN(B3)	=B3*E3	=B3*(1+1/15+((C3-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E3-F3	=E3+F3	=D\$18*A3^D\$19	=EXP(G3)	=EXP(H3)	=ABS(F3/I3)*100%
4	6630	39,4	=LN(A4)	=LN(B4)	=B4*E4	=B4*(1+1/15+((C4-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E4-F4	=E4+F4	=D\$18*A4^D\$19	=EXP(G4)	=EXP(H4)	=ABS(F4/I4)*100%
5	8492	38,93	=LN(A5)	=LN(B5)	=B5*E5	=B5*(1+1/15+((C5-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E5-F5	=E5+F5	=D\$18*A5^D\$19	=EXP(G5)	=EXP(H5)	=ABS(F5/I5)*100%
6	2901	46,96	=LN(A6)	=LN(B6)	=B6*E6	=B6*(1+1/15+((C6-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E6-F6	=E6+F6	=D\$18*A6^D\$19	=EXP(G6)	=EXP(H6)	=ABS(F6/I6)*100%
7	5410	39,48	=LN(A7)	=LN(B7)	=B7*E7	=B7*(1+1/15+((C7-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E7-F7	=E7+F7	=D\$18*A7^D\$19	=EXP(G7)	=EXP(H7)	=ABS(F7/I7)*100%
8	1920	46,05	=LN(A8)	=LN(B8)	=B8*E8	=B8*(1+1/15+((C8-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E8-F8	=E8+F8	=D\$18*A8^D\$19	=EXP(G8)	=EXP(H8)	=ABS(F8/I8)*100%
9	2569	43,5	=LN(A9)	=LN(B9)	=B9*E9	=B9*(1+1/15+((C9-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E9-F9	=E9+F9	=D\$18*A9^D\$19	=EXP(G9)	=EXP(H9)	=ABS(F9/I9)*100%
10	3520	46,11	=LN(A10)	=LN(B10)	=B10*E10	=B10*(1+1/15+((C10-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E10-F10	=E10+F10	=D\$18*A10^D\$19	=EXP(G10)	=EXP(H10)	=ABS(F10/I10)*100%
11	2340	42,79	=LN(A11)	=LN(B11)	=B11*E11	=B11*(1+1/15+((C11-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E11-F11	=E11+F11	=D\$18*A11^D\$19	=EXP(G11)	=EXP(H11)	=ABS(F11/I11)*100%
12	6921	40,15	=LN(A12)	=LN(B12)	=B12*E12	=B12*(1+1/15+((C12-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E12-F12	=E12+F12	=D\$18*A12^D\$19	=EXP(G12)	=EXP(H12)	=ABS(F12/I12)*100%
13	7671	40,44	=LN(A13)	=LN(B13)	=B13*E13	=B13*(1+1/15+((C13-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E13-F13	=E13+F13	=D\$18*A13^D\$19	=EXP(G13)	=EXP(H13)	=ABS(F13/I13)*100%
14	1586	49,76	=LN(A14)	=LN(B14)	=B14*E14	=B14*(1+1/15+((C14-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E14-F14	=E14+F14	=D\$18*A14^D\$19	=EXP(G14)	=EXP(H14)	=ABS(F14/I14)*100%
15	3223	42,99	=LN(A15)	=LN(B15)	=B15*E15	=B15*(1+1/15+((C15-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E15-F15	=E15+F15	=D\$18*A15^D\$19	=EXP(G15)	=EXP(H15)	=ABS(F15/I15)*100%
16	7224	40,69	=LN(A16)	=LN(B16)	=B16*E16	=B16*(1+1/15+((C16-\$L\$18)^2)/(14*\$L\$19))	=E16-F16	=E16+F16	=D\$18*A16^D\$19	=EXP(G16)	=EXP(H16)	=ABS(F16/I16)*100%
17												
18	b0=	4,770(a=	=EXP(B18)					σ_e	0,0371165;	ln xcp=	8,32660122809847
19	b1=	-0,122	b=	=B19					$t_{кр}$	1,79803121;	D(ln x)=	0,335130080920391
20												

Рисунок 1. 9 - Лист с формулами в Excel

1.3.3. Приклад побудови багатфакторної лінійної моделі в Excel

1 Налаштування пакета аналізу

Див. п.1.3.1.

2 Введення даних

Вихідні дані вводяться на робочий аркуш пакета Excel (табл. 1.24).

Таблиця 1.24 - Вихідні дані для отримання моделі

	A	B	C	D
1	Y	X1	X2	Y(X1, X2)
2	0,10	80	10	-0,06
3	0,20	80	20	0,08
4	0,30	80	30	0,22
5	0,40	80	40	0,36
6	0,45	80	45	0,43
7	0,50	80	50	0,50
8	0,55	80	55	0,57
9	0,60	80	60	0,64
10	0,65	80	65	0,71
11	0,70	80	70	0,78
12	0,75	80	75	0,85
13	0,80	80	80	0,92
14	1,20	80	85	0,99
15	0,12	100	10	0,08
16	0,23	100	20	0,22
17	0,35	100	30	0,36
18	0,46	100	40	0,50
19	0,51	100	45	0,57
20	0,57	100	50	0,64
21	0,63	100	55	0,71
22	0,69	100	60	0,78
23	0,74	100	65	0,85
24	0,80	100	70	0,92
25	1,20	100	75	0,99
26	0,16	120	10	0,21
27	0,30	120	20	0,35
28	0,45	120	30	0,49
29	0,58	120	40	0,63
30	0,66	120	45	0,71
31	0,77	120	50	0,78
32	0,80	120	55	0,85
33	1,20	120	60	0,92
34	0,20	140	10	0,35
35	0,40	140	20	0,49
36	0,60	140	30	0,63
37	0,80	140	40	0,77
38	1,20	140	45	0,84

3 Знаходження основних числових характеристик

Щоб знайти основні числові характеристики, вибираємо пункт меню Сервіс - Аналіз даних - Описова статистика (див. 1.3.1).

Виходить наступна таблиця для двухфакторної регресії (таблиця 1.25).

Таблиця 1.25 - Основні числові характеристики

	Y	X1	X2
Середнє	0,584324	102,7027	44,86486
Стандартна помилка	0,04922	3,479857	3,479274
Медіана	0,58	100	45
Мода	0,8	80	10
Стандартне відхилення	0,299393	21,16715	21,1636
Дисперсія вибірки	0,089636	448,048	447,8979
Ексцес	-0,00364	-1,0036	-0,85855
Асиметричність	0,50836	0,459765	-0,06146
Інтервал	1,1	60	75
Мінімум	0,1	80	10
Максимум	1,2	140	85
Сума	21,62	3800	1660
Рахунок	37	37	37

4 Знаходження параметрів лінійної регресії

Щоб знайти параметри регресії, вибираємо пункт меню Сервіс - Аналіз даних - Регресія. Тут задаємо діапазони окремо для Y, окремо - для X (для двофакторної регресії в поле «Вхідний інтервал X» виділяємо все значення X1 і X2), встановлюємо прапорець у віконці «Мітки», «Залишки», «Вихідний діапазон» - на новий лист . Ок.

Результат отримуємо у вигляді декількох таблиць (1.26 ... 1.29).

Таблиця 1.26 - Регресійна статистика

Множинний R	0,922267101
R-квадрат	0,850576606
Нормований R-квадрат	0,841786995
Стандартна помилка	0,119086667
Спостереження	37

Таблиця 1.27 - Дисперсійний аналіз

	df	SS	MS	F	значимість F
Регресія	2	2,744732547	1,372366273	+96,77067242	9,2281E-15
Залишок	34	0,482175561	0,014181634		
Разом	36	3,226908108			

Таблиця 1.28 - Коефіцієнти моделі

	Коефіцієнти	Стандартна помилка	t-статистика	P-Значення	Нижні 95%	Верхні 95%
Y-перетин	-0,75088824	0,130300871	-5,762730	1,75E-06	-1,015692	0,486085
X1	0,006869311	0,001015348	6,765475	8,88E-08	0,004805	0,008933
X2	0,014035845	0,001015518	13,821363	1,63E-15	0,011972	0,017001

Тут Множинний $R = 0,922$, що свідчить про тісний взаємозв'язок між відгуком Y факторами X_1, X_2 . R -квадрат $= 0,85$ (85%) - значить, загальна якість моделі гарне; стандартна помилка $\sigma_e = 0,119$.

Значимість $F = 9,228E-15 = 9,228 \cdot 10^{-15} < 0,05$, Що означає, що отримана модель адекватна за критерієм Фішера вихідними даними з заданим рівнем довіри. Всі подальші розрахунки виконуються тільки за умови адекватності моделі.

Коефіцієнти лінійної моделі $b_0 = -0,75$, $b_1 = 0,0069$, $b_2 = 0,014$. Обидва коефіцієнта статистично значущі за критерієм Стьюдента, т. я. для b_0 P -Значення $= 1,75E-06 = 1,75 \cdot 10^{-6} < 0,05$, для b_1 P -Значення $= 8,89E-08 = 8,89 \cdot 10^{-8} < 0,05$, для b_2 P -Значення $= 1,63E-15 = 1,63 \cdot 10^{-15} < 0,05$.

Отримана лінійна двухфакторная модель $y = -0,75 + 0,0069x_1 + 0,014x_2$.

5 Висновки по роботі

В результаті статистичного аналізу даних отримано, що між факторами x_1, x_2 і відгуком y існує тісний лінійна залежність, т. к. множинний коефіцієнт кореляції $R = 0,922$.

Середнє значення фактора $x_1 = 102,7$, Середнє значення фактора $x_2 = 44,86$, Середнє значення відгуку $\bar{y} = 0,58$.

Отримана модель зв'язку між факторами x_1, x_2 і відгуком y :

$$y = -0,75 + 0,0069x_1 + 0,014x_2.$$

Модель адекватна вихідним даним за критерієм Фішера з рівнем довіри більше 95%. Всі коефіцієнти статистично значущі за критерієм Стьюдента.

Листи Excel з розрахунками наведені на малюнках 1.10 ... 1.11.

Y	X1	X2	Y (X1, X2)
0,10	80	10	-0,06
0,20	80	20	0,08
0,30	80	30	0,22
0,40	80	40	0,36
0,45	80	45	0,43
0,50	80	50	0,50
0,55	80	55	0,57
0,60	80	60	0,64
0,65	80	65	0,71
0,70	80	70	0,78
0,75	80	75	0,85
0,80	80	80	0,92
1,20	80	85	0,99
0,12	100	10	0,08
0,23	100	20	0,22
0,35	100	30	0,36
0,46	100	40	0,50
0,51	100	45	0,57
0,57	100	50	0,64
0,63	100	55	0,71
0,69	100	60	0,78
0,74	100	65	0,85
0,80	100	70	0,92
1,20	100	75	0,99
0,16	120	10	0,21
0,30	120	20	0,35
0,45	120	30	0,49
0,58	120	40	0,63
0,66	120	45	0,71
0,77	120	50	0,78
0,80	120	55	0,85
1,20	120	60	0,92
0,20	140	10	0,35
0,40	140	20	0,49
0,60	140	30	0,63
0,80	140	40	0,77
1,20	140	45	0,84

	<i>Коефіцієнти</i>
b0 =	-0,75089
b1 =	0,006869
b2 =	0,014036

Рисунок 1.10 - Лист Excel з розрахунками

	A	B	C	D
1	Y	X1	X2	Y(X1, X2)
2	0,1	80	10	=B\$41+B\$42*B2+B\$43*C2
3	0,2	80	20	=B\$41+B\$42*B3+B\$43*C3
4	0,3	80	30	=B\$41+B\$42*B4+B\$43*C4
5	0,4	80	40	=B\$41+B\$42*B5+B\$43*C5
6	0,45	80	45	=B\$41+B\$42*B6+B\$43*C6
7	0,5	80	50	=B\$41+B\$42*B7+B\$43*C7
8	0,55	80	55	=B\$41+B\$42*B8+B\$43*C8
9	0,6	80	60	=B\$41+B\$42*B9+B\$43*C9
10	0,65	80	65	=B\$41+B\$42*B10+B\$43*C10
11	0,7	80	70	=B\$41+B\$42*B11+B\$43*C11
12	0,75	80	75	=B\$41+B\$42*B12+B\$43*C12
13	0,8	80	80	=B\$41+B\$42*B13+B\$43*C13
14	1,2	80	85	=B\$41+B\$42*B14+B\$43*C14
15	0,12	100	10	=B\$41+B\$42*B15+B\$43*C15
16	0,23	100	20	=B\$41+B\$42*B16+B\$43*C16
17	0,35	100	30	=B\$41+B\$42*B17+B\$43*C17
18	0,46	100	40	=B\$41+B\$42*B18+B\$43*C18
19	0,51	100	45	=B\$41+B\$42*B19+B\$43*C19
20	0,57	100	50	=B\$41+B\$42*B20+B\$43*C20
21	0,63	100	55	=B\$41+B\$42*B21+B\$43*C21
22	0,69	100	60	=B\$41+B\$42*B22+B\$43*C22
23	0,74	100	65	=B\$41+B\$42*B23+B\$43*C23
24	0,8	100	70	=B\$41+B\$42*B24+B\$43*C24
25	1,2	100	75	=B\$41+B\$42*B25+B\$43*C25
26	0,16	120	10	=B\$41+B\$42*B26+B\$43*C26
27	0,3	120	20	=B\$41+B\$42*B27+B\$43*C27
28	0,45	120	30	=B\$41+B\$42*B28+B\$43*C28
29	0,58	120	40	=B\$41+B\$42*B29+B\$43*C29
30	0,66	120	45	=B\$41+B\$42*B30+B\$43*C30
31	0,77	120	50	=B\$41+B\$42*B31+B\$43*C31
32	0,8	120	55	=B\$41+B\$42*B32+B\$43*C32
33	1,2	120	60	=B\$41+B\$42*B33+B\$43*C33
34	0,2	140	10	=B\$41+B\$42*B34+B\$43*C34
35	0,4	140	20	=B\$41+B\$42*B35+B\$43*C35
36	0,6	140	30	=B\$41+B\$42*B36+B\$43*C36
37	0,8	140	40	=B\$41+B\$42*B37+B\$43*C37
38	1,2	140	45	=B\$41+B\$42*B38+B\$43*C38
39				
40		Козфициенты		
41	b0=	-0,750888824173776		
42	b1=	0,00686931134860746		
43	b2=	0,0140358454034466		

Рисунок 1.11 - Лист Excel з формулами

1.3.4 Лабораторна робота № 4

Побудова однофакторних регресійних моделей в додатку

Excel for Windows

Мета роботи: За наведеними даними отримати лінійну модель виду $y = b_0 + b_1x$ або ступеневу виду $y = ax^b$, оцінити коефіцієнти моделі і перевірити їхню значимість за критерієм Стюдента. Перевірити отриману модель на адекватність за критерієм Фішера. За отриманою моделі розрахувати значення y і визначити максимальний відсоток помилки прогнозування y . Вихідні дані для отримання моделей наведені нижче.

Варіант 1. Отримати лінійну модель залежності максимального лінійного зносу $h_{\zeta \max}$ від часу роботи токарного різця. Умови і режими роботи: поздовжнє гостріння стали 45; глибина різання $t = 2,0$ мм; подача $s = 0,25$ мм/об; швидкість різання $v = 60$ м/хв; різець токарний прохідний Р6М5, $\varphi = 45^\circ$; $H \times B = 20 \times 20$ мм. значення $h_{\zeta \max}$ і τ наведені в таблиці:

τ , хв	10	20	40	60	70	80	90	100	110
$h_{\zeta \max}$, мм	0,11	0,18	0,25	0,29	0,32	0,34	0,36	0,40	0,48

Варіант 2. Отримати ступеневу модель залежності періоду стійкості кінцевих фрез (T) від швидкості різання (v). Умови та режими роботи фрез: оброблюваний матеріал - сталь 45, матеріал фрези Р9К10, діаметр фрези $D_f = 30$ мм, число зубів $z = 4$, подача на зуб $S_z = 0,03$ мм/зуб, знос по задній поверхні $h_{\zeta} = 0,3$ мм. Значення v і T наведені в таблиці:

v , м/хв	15	25	40	55	80
T , хв	250	170	65	35	15

Варіант 3. Отримати лінійну модель залежності швидкості різання v від подачі на зуб фрези S_z . Умови та режими роботи фрез: оброблюваний матеріал - сталь 45, фреза циліндрична з швидкорізальної сталі Р6М5, $D_f = 80$ мм, число зубів $z = 8$, ширина фрезерування $B = 60$ мм; глибина різання $t = 5,0$ мм. значення S_z і v наведені в таблиці:

S_z , мм/зуб	0,02	0,04	0,08	0,12	0,14	0,20	0,24
v , м/хв	60	56	50	40	36	30	28

Варіант 4. Отримати лінійну модель залежності періоду стійкості фрези T від подачі на зуб S_z . Умови та режими роботи фрез: оброблюваний матеріал - сталь 45, фреза циліндрична з швидкорізальної сталі Р6М5, $D_f = 80$ мм, число зубів $z=8$, ширина фрезерування $B=60$ мм; глибина різання $t = 5,0$ мм, швидкість різання $v=43,5$ м/хв. значення S_z і T наведені в таблиці:

S_z , мм / зуб	0,02	0,04	0,08	0,12	0,14	0,20	0,24
T , хв	360	280	200	110	90	80	60

Варіант 5. Отримати ступеневу модель залежності максимального зносу по задній поверхні $h_{z \max}$ від часу роботи τ токарного різця. Умови та режими роботи різця: поздовжнє гостріння сталі 45; різець прохідний $H \times B = 20 \times 20$ мм, матеріал ріжучої частини Р9К5; глибина різання $t = 2,0$ мм; подача $s = 0,25$ мм/об; швидкість різання $v = 80$ м/хв. значення $h_{z \max}$ і τ наведені в таблиці:

τ , хв	10	20	40	60	70	80	90	100
$h_{z \max}$, мм	0,10	0,15	0,23	0,29	0,32	0,35	0,38	0,40

Варіант 6. Отримати ступеневу залежність стійкості різця зі швидкорізальної сталі T від швидкості різання v . Умови та режими роботи різця: оброблюваний матеріал - сталь 20, різець прохідний $H \times B = 20 \times 20$ мм, Р6М5; $\varphi = 45^\circ$, $\varphi_1 = 45^\circ$, $\gamma = 12^\circ$, $\alpha = 8^\circ$, $r = 0,6$ мм; глибина різання $t = 2,0$ мм; подача $s = 0,23$ мм/об. Критерій відмови - знос по задній поверхні $h_z = 0,6$ мм. Значення v і T наведені в таблиці:

v , м/хв	20	25	30	40	50	60	70
T , хв	40	36	30	27	25	20	15

Варіант 7. Отримати лінійну залежність періоду стійкості свердла (кількість оброблених отворів за період стійкості N) від швидкості різання v . Умови та режими роботи свердла: оброблюваний матеріал - сталь 45, свердло Р9К10 діаметром 9,8 мм, подача 0,28 мм/об. Значення v і N наведені в таблиці:

v , м/хв	12	16,8	21	29	35	40	50
N , шт	415	320	240	200	165	125	62

Варіант 8. Отримати ступеневу модель залежності максимального зносу різців по задній поверхні h_z від часу їх роботи τ . Умови і режими роботи: оброблюваний матеріал - сталь 40Х, різці $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини (Р6М5 + TiN), глибина різання $t = 2,5$ мм; подача $s = 0,40$ мм/об, швидкість різання $v = 20$ м/хв. значення h_z і τ наведені в таблиці:

τ , хв	10	20	30	40	45	50
h_{ζ} , мм	0,33	0,45	0,56	0,68	0,75	1,0

Варіант 9. Отримати лінійну залежність періоду стійкості розгортки T від швидкості різання v . Умови і режими роботи: оброблюваний матеріал - сталь 20, розгортки хвостові зі сталі Р9 діаметром $d = 10$ мм; режими різання: $t = 0,1$ мм, $s = 0,24$ мм/об. Критерій відмови - знос по задній поверхні $h_3 = 0,15$ мм. Значення v і T наведені в таблиці:

v , м/хв	5,5	9	10	12	14	18	22	26	30	34	38	42
T , хв	31	39	40	40	41	37	32	27	22	18	15	12

Варіант 10. Отримати ступеневу модель залежності зносу різців по задній поверхні h_3 від часу їх роботи τ . Умови і режими роботи: оброблюваний матеріал - сталь 40ХН, різці $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини твердий сплав Т5К10, глибина різання $t = 3,5$ мм; подача $s = 0,47$ мм/об, швидкість різання $v = 100$ м/хв. значення h_3 і τ наведені в таблиці:

τ , хв	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
h_3 , мм	0,12	0,20	0,28	0,35	0,42	0,50	0,58	0,68	0,80	1,20

Варіант 11. Отримати ступеневу модель залежності зносу різців по задній поверхні h_3 від часу їх роботи τ . Умови і режими роботи: оброблюваний матеріал - сталь 40ХН, різці $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини твердий сплав з покриттям (Т5К10 + TiC); глибина різання $t = 3,5$ мм; подача $s = 0,47$ мм/об, швидкість різання $v = 100$ м/хв. значення h_3 і τ наведені в таблиці:

τ , хв	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70	75
h_{ζ} , мм	0,12	0,2 3	0,35	0,46	0,51	0,57	0,63	0,69	0,74	0,80	1,20

Варіант 12. Отримати лінійну залежність періоду стійкості T розгортки з швидкорізальної сталі від швидкості різання v . Умови та режими випробувань: оброблюваний матеріал - сталь 45, розгортки $d = 10$ мм, Р6М5; режими різання: $t = 0,1$ мм, $s = 0,24$ мм/об, МОР. Критерій відмови - знос по задній поверхні $h_3 = 0,15$ мм. Значення v і T наведені в таблиці:

v , м/хв	5,5	9	10	12	14	18	22	26	30	34	38	42	43,3
T , хв	43	49	49	49	49	45	39	33	28	23	19	15	13

Варіант 13. Отримати залежність довжини шляху різання L від швидкості нарізування різьблення v машинними мітчиками. Умови і режими роботи: оброблюваний матеріал - сталь 45, мітчик М10х1 Р6М3; різьблення нарізали в глухих отворах на глибину $l = 3d$. Критерій відмови - знос вершини останнього зуба ріжучої частини мітчика $h_3 = 1,25$ мм. Період стійкості мітчика оцінювали часом (хв) і по сумарній довжині робочого шляху L (м), пройденої за період стійкості останнім зубом робочої частини. Значення v і L наведені в таблиці:

$v, \text{м/хв}$	10	15	20	25	30	35	40
$L, \text{м}$	600	880	1000	960	780	590	440

Варіант 14. Отримати ступеневу модель залежності періоду стійкості T різців з пластинами з твердого сплаву від швидкості різання v . Умови і режими роботи: поздовжнє гостріння стали 40Х, різці $H \times B = 25 \times 25$ мм, Т15К6, $\varphi = 45^\circ$; $\gamma = 12^\circ$; глибина різання $t = 2,5$ мм; подача $s = 0,24$ мм/об. Критерій відмови - знос по задній поверхні $h_3 = 0,40$ мм. Значення v і T наведені в таблиці:

$v, \text{м/хв}$	60	70	80	90	100	125	150
$T, \text{хв}$	180	130	95	70	60	30	15

Варіант 15. Отримати лінійну залежність зносу різця по задній поверхні h_3 від часу різання τ . Умови і режими роботи: оброблюваний матеріал - чавун, різці $H \times B = 25 \times 25$ мм, МС 321; глибина різання $t=3,0$ мм; подача $s = 0,47$ мм/об; швидкість різання $v = 80$ м/хв. значення h_3 і τ наведені в таблиці:

$\tau, \text{хв}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$h_3, \text{мм}$	0,10	0,19	0,28	0,38	0,47	0,57	0,66	0,75	1,20

Варіант 16. Отримати ступеневу модель залежності ресурсу фрези (довжина L робочого шляху кожної точки ріжучої кромки) від швидкості фрезерування v . Умови та режими різання: оброблюваний матеріал - сталь 45, фреза кінцева $D_f = 30$ мм, Р9К10, подача на зуб $s_z = 0,04$ мм/зуб. Критерій відмови - знос по задній поверхні $h_3 = 0,2$ мм. Значення v і L наведені в таблиці:

$v, \text{м/хв}$	15	25	30	40	45	55	65	70	80
$L, \text{м}$	950	870	795	645	580	450	345	300	220

Варіант 17. Отримати ступеневу залежність зносу різця по задній поверхні h_3 від часу різання τ . Умови та режими різання: оброблюваний матеріал - чавун, різці $H \times B = 25 \times 25$ мм, МС 3215; глибина різання $t=3,0$ мм; подача $s = 0,47$ мм/об; швидкість різання $v = 80$ м/хв. Значення h_3 і τ наведені в таблиці:

τ , хв	10	20	30	40	45	50	55	60	65
h_3 , мм	0,14	0,28	0,41	0,54	0,61	0,68	0,75	1,00	1,20

Варіант 18. Отримати лінійну залежність ресурсу роботи свердла L (сумарної довжини робочого шляху) від швидкості різання v . Умови та режими різання: оброблюваний матеріал - сталь 20, свердло Р9К10 діаметром 9,8 мм, подача $s = 0,28$ мм/об. Значення v і L наведені в таблиці:

v , м/хв	14	16	18	20	22	24	26	28	30
L , м	580	520	450	360	270	210	150	100	75

Варіант 19. Отримати залежність зносу різця по задній поверхні h_3 від часу різання τ . Умови та режими різання: оброблюваний матеріал-сталь 40Х, різці $H \times B = 25 \times 25$ мм, Т5К10; глибина різання $t=3,0$ мм; подача $s = 0,6$ мм/об; швидкість різання $v = 140$ м/хв. Значення h_3 і τ наведені в таблиці:

τ , хв	5	10	15	20	25	30	35	40	45
h_3 , мм	0,32	0,40	0,47	0,55	0,63	0,70	0,80	0,90	1,00

Варіант 20. Отримати залежність зносу різця по задній поверхні h_3 від часу різання τ . Умови та режими різання: оброблюваний матеріал-сталь 40Х, різці $H \times B = 25 \times 25$ мм, (Т5К10 + В0); глибина різання $t=3,0$ мм; подача $s = 0,6$ мм/об; швидкість різання $v = 140$ м/хв. Значення h_3 і τ наведені в таблиці:

τ , хв	10	20	30	40	45	50	55	60	65
h_3 , мм	0,15	0,30	0,46	0,61	0,69	0,77	0,85	0,92	1,00

Зміст і порядок виконання роботи

При побудові лінійної залежності $y = b_0 + b_1x$ використовуємо задані значення x і y , при побудові статечної залежності $y = ax^b$ використовують їх логарифми ($\ln x$ і $\ln y$).

Математичні моделі отримують в такій послідовності (див. 1.3.1):

1 Перевіряють пакунок аналізу в Excel.

- 2 Вводять вихідні дані. Будують кореляційне поле.
- 3 Знаходять основні числові характеристики.
- 4 Визначають тісноту лінійного зв'язку за коефіцієнтом кореляції.
- 5 Визначають параметри регресійної моделі. Будують лінійну модель $y = b_0 + b_1x$ або ступеневу $y = ax^b$. Визначають загальну якість моделі за коефіцієнтом детермінації R^2 . Перевіряють модель на адекватність за критерієм Фішера. Всі подальші розрахунки виконують тільки за умови адекватності моделі вихідним даним. Перевіряють статистичну значущість коефіцієнтів моделі.
- 6 За отриманою моделі розраховують значення показника u для всіх точок вибірки. Знаходять полуширину довірчого інтервалу. Розраховують довірчий інтервал для всіх точок вибірки.
- 7 Будують довірчу область.
- 8 Розраховують максимальне значення відсотка помилки прогнозування.
- 9 Використовуючи вихідні дані і результати аналізу, роблять висновок про адекватність отриманих моделей і можливості їх використання для прогнозування.

Зміст звіту

- 1 Найменування роботи.
- 2 Мета роботи.
- 3 Вихідні дані для отримання регресійної моделі.
- 4 Корреляционное поле і розрахований коефіцієнт кореляції.
- 5 Основні числові характеристики.
- 6 Коефіцієнти регресійної моделі.
- 7 Рівняння регресії (математична модель).
- 8 Результати аналізу загальної якості моделі, адекватності моделі і статистичної значущості коефіцієнтів моделі.
- 9 Результати розрахунку точності прогнозу по отриманій моделі.
- 10 Висновки.

Контрольні питання

- 1 Визначення моделі.
- 2 Назвіть основні види регресійних моделей.
- 3 Що характеризує коефіцієнт кореляції?
- 4 Назвіть послідовність дій для побудови моделі в додатку Excel for Windows.
- 5 За яким критерієм перевіряють якість моделі?

6 Що означає адекватність моделі і за допомогою якого критерію її перевіряють?

7 Як оцінюють точність прогнозу по отриманій моделі?

1.3.5 Лабораторна робота № 5

Побудова лінійної багатофакторної моделі в додатку

Excel for Windows

Мета роботи: За наведеними даними отримати лінійну модель виду $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$, Оцінити коефіцієнти моделі і перевірити їхню значимість за критерієм Стьюдента. Перевірити отриману модель на адекватність за критерієм Фішера. За отриманою моделі розрахувати значення y і визначити максимальний відсоток помилки прогнозування y . Вихідні дані для отримання моделей наведені нижче.

Завдання 1. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності періоду стійкості твердосплавних різців від швидкості різання і подачі. Дані отримані при точінні стали 45 різцями, оснащеними твердим сплавом марки Т15К6 з глибиною $t = 2,0$ мм. Різець $H \times B = 25 \times 25$ мм, $\varphi = 45^\circ$, $\gamma = 12^\circ$. Критерій відмови - знос по задній поверхні $h_3 = 0,6$ мм.

S, мм/об	v, м/хв										
	20	30	40	50	60	70	80	90	100	125	150
	T, хв										
0,12	180	225	308	285	230	170	130	90	690	20	10
0,24	135	220	240	225	180	130	95	70	45	15	5
0,46	65	105	120	110	85	60	40	30	20	10	3,5

Завдання 2. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності зносу інструментального матеріалу від швидкості і часу різання. Дані отримані при точінні стали різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм, оснащеними пластинами зі швидкорізальної сталі марки Р9. Глибина різання $t = 2,0$ мм, подача $s = 0,21$ мм/об.

v, м/х в	Час роботи τ , хв												
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
	знос h_3 , мм												
15	0,08	0,13	0,16	0,21	0,25	0,28	0,32	0,35	0,40	0,43	0,47	0,52	1,00
20	0,12	0,17	0,23	0,27	0,32	0,37	0,41	0,46	0,53	1,00			
25	0,15	0,22	0,29	0,36	0,44	0,53	1,00						
30	0,20	0,30	0,40	0,54	1,00								

Завдання 3. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності зносу інструментального матеріалу від швидкості і часу різання. Дані отримані при точінні сталі різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм, оснащеними пластинами зі швидкорізальної сталі з покриттям (P9 + TiN). Глибина різання $t = 2,0$ мм, подача $s = 0,21$ мм/об.

v, м/хв	Час роботи τ , хв												
	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
знос h_s , мм													
15	0,07	0,13	0,19	0,25	0,28	0,31	0,34	0,38	0,42	0,47	0,50	0,53	1,00
20	0,09	0,15	0,23	0,28	0,31	0,35	0,39	0,44	0,49	0,54	1,00		
25	0,14	0,24	0,32	0,40	0,45	0,50	0,55	1,00					
30	0,20	0,32	0,43	0,53	1,00								

Завдання 4. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності зносу різців від швидкості і часу різання. Дані отримані при точінні сталі 45 різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм. Матеріал ріжучої частини - P6M5. Глибина різання $t = 2,0$ мм, подача $s = 0,21$ мм / об.

v, м / хв	Час роботи τ , хв											
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
знос h_s , мм												
6,5	0,15	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	1,00
9,0	0,20	0,35	0,42	0,49	0,56	0,65	0,68	0,75	1,00			
15	0,25	0,40	0,49	0,57	0,65	0,75	1,00					
20	0,32	0,45	0,55	0,65	0,75	1,00						

Завдання 5. За наведеними нижче даними побудувати двухфакторную лінійну модель залежності зносу різців від швидкості і часу різання. Дані отримані при точінні сталі 45 різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм. Матеріал ріжучої частини - (P6M5 + TiN). Глибина різання $t = 2,0$ мм, подача $s = 0,21$ мм/об.

v, м/хв	Час роботи τ , хв												
	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
знос h_s , мм													
6,5	0,22	0,30	0,37	0,45	0,48	0,52	0,56	0,60	0,63	0,67	0,71	0,75	1,00
9,0	0,25	0,33	0,43	0,53	0,56	0,61	0,66	0,70	0,75	1,00			
15	0,30	0,40	0,50	0,60	0,65	0,70	0,75	1,00					
20	0,33	0,45	0,56	0,68	0,75	1,00							

Завдання 6. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності зносу інструментального матеріалу від швидкості і часу різання. Дані отримані при поздовжньому точінні сталі різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм. Матеріал ріжучої частини - Т5К10. Глибина різання $t = 3,0$ мм, подача $s = 0,34$ мм/об.

v, м/хв	Час роботи τ , хв												
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
	знос h_z , мм												
80	0,10	0,17	0,22	0,28	0,34	0,41	0,47	0,54	0,60	0,67	0,73	0,80	1,20
100	0,12	0,20	0,28	0,35	0,42	0,50	0,58	0,68	0,80	1,20			
120	0,20	0,39	0,50	0,60	0,70	0,80	1,20						
140	0,45	0,60	0,70	0,80	1,20								

Завдання 7. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності зносу інструментального матеріалу від швидкості і часу різання. Дані отримані при поздовжньому точінні сталі різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини - (Т5К10 + ТіС). Глибина різання $t = 3,0$ мм, подача $s = 0,34$ мм/об.

v, м/хв	Час роботи τ , хв												
	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
	знос h_z , мм												
80	0,10	0,20	0,30	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	1,20
100	0,12	0,23	0,35	0,46	0,51	0,57	0,63	0,69	0,74	0,80	1,20		
120	0,16	0,30	0,45	0,58	0,66	0,77	0,80	1,20					
140	0,20	0,40	0,60	0,80	1,20								

Завдання 8. За наведеними нижче даними побудувати двухфакторну лінійну модель залежності зносу інструменту від швидкості і часу різання. Дані отримані при поздовжньому точінні сталі різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини - МС221. Глибина різання $t = 3,0$ мм, подача $s = 0,34$ мм/об.

v, м/хв	Час роботи τ , хв												
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
	знос h_z , мм												
50	0,12	0,20	0,27	0,32	0,37	0,41	0,46	0,51	0,56	0,62	0,68	0,80	1,20
60	0,15	0,22	0,30	0,36	0,42	0,48	0,54	0,60	0,67	0,80	1,20		
70	0,18	0,28	0,35	0,43	0,50	0,58	0,68	0,80	1,00	1,20	1,40		
80	0,33	0,50	0,65	0,80	1,20								

Завдання 9. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності зносу інструментального матеріалу від швидкості і часу різання. Дані отримані при поздовжньому точінні сталі різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм. Матеріал ріжучої частини - МС2215. Глибина різання $t = 3,0$ мм, Подача $s = 0,34$ мм / об.

v, м / хв	Час роботи τ , хв								
	10	20	30	40	45	50	55	60	65
	Знос h_c , мм								
50	0,02	0,04	0,07	0,12	0,18	0,23	0,29	0,36	0,44
60	0,10	0,15	0,20	0,26	0,32	0,38	0,45	0,53	0,65
70	0,15	0,23	0,30	0,40	0,48	0,56	0,67	0,80	1,20
80	0,35	0,43	0,50	0,58	0,68	0,80	1,00	1,20	1,40

Завдання 10. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності зносу інструментального матеріалу від швидкості і часу різання. Дані отримані при поздовжньому точінні сталі різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини –твердий сплав МС321. Глибина різання $t = 3,0$ мм, подача $s = 0,34$ мм/об.

v, м/ хв	Час роботи τ , хв												
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
	Знос h_c , мм												
60	0,07	0,13	0,19	0,25	0,32	0,38	0,44	0,50	0,56	0,62	0,68	0,75	1,20
70	0,09	0,15	0,23	0,30	0,38	0,45	0,52	0,60	0,67	0,75	1,20		
80	0,10	0,19	0,28	0,38	0,47	0,57	0,66	0,75	1,20				
90	0,20	0,38	0,58	0,75	1,20								

Завдання 11. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності зносу інструментального матеріалу від швидкості і часу різання. Дані отримані при поздовжньому точінні сталі різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини -твердий сплав МС3215. Глибина різання $t = 3,0$ мм, подача $s = 0,34$ мм/об.

v, м/хв	Час роботи τ , хв												
	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
	Знос h_s , мм												
60	0,09	0,18	0,28	0,37	0,42	0,47	0,51	0,56	0,60	0,65	0,70	0,75	1,20
70	0,11	0,23	0,35	0,46	0,52	0,57	0,63	0,69	0,75	1,20			
80	0,14	0,28	0,41	0,54	0,61	0,68	0,75	1,20					
90	0,17	0,34	0,50	0,65	0,75	1,20							

Завдання 12. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності зносу інструментального матеріалу від швидкості і часу різання. Дані отримані при поздовжньому точінні сталі різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини - твердий сплав Т5К10. Глибина різання $t = 3,0$ мм, подача $s = 0,34$ мм/об.

v, м/хв	Час роботи τ , хв												
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65
	знос h_s , мм												
120	0,27	0,33	0,39	0,45	0,48	0,54	0,60	0,65	0,70	0,77	0,87	1,00	1,50
140	0,32	0,40	0,47	0,55	0,63	0,70	0,80	0,90	1,00	1,50			
160	0,35	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	1,50					
180	0,42	0,62	0,77	0,89	1,00	1,50							

Завдання 13. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності зносу інструментального матеріалу від швидкості і часу різання. Дані отримані при поздовжньому точінні сталі різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини - твердий сплав, підданий віброабразивної обробці (Т5К10 + ВО). Глибина різання $t = 3,0$ мм, подача $s = 0,34$ мм/об.

v, м/хв	Час роботи τ , хв												
	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85
	знос h_s , мм												
120	0,12	0,25	0,37	0,50	0,56	0,62	0,69	0,75	0,81	0,88	0,94	1,00	1,50
140	0,15	0,30	0,46	0,61	0,69	0,77	0,85	0,91	1,00	1,50			
160	0,18	0,36	0,55	0,73	0,82	0,91	1,00	1,50					
180	0,22	0,45	0,65	0,88	1,00	1,50							

Завдання 14. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності міцності твердосплавних різців (руйнівної подачі S_p) від глибини різання t і часу роботи на ступені τ . Дані отримані при поздовжньому точінні сталі 45 різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини - твердий сплав Т5К10, швидкість різання $v = 0,3$ м/с.

Глибина різання t , хв	Час роботи на ступені τ , с						
	2	5	10	20	30	40	60
	Руйнівна подача S_p , мм/об						
4,0	3,05	2,65	2,24	2,04	1,83	1,53	1,32
5,0	2,65	2,24	2,04	1,83	1,53	1,32	1,12
6,0	2,24	2,04	1,83	1,53	1,32	1,12	1,01

Завдання 15. За наведеними нижче даними побудувати двофакторну лінійну модель залежності міцності твердосплавних різців (руйнівної подачі S_p) від глибини різання t і товщини ріжучої пластини h . Дані отримані при поздовжньому точінні сталі 45 різцями $H \times B = 25 \times 25$ мм, матеріал ріжучої частини - твердих сплав Т5К10, швидкість різання $v = 0,3$ м/с.

Товщина пластини h , мм	Час роботи на ступені τ , с						
	2	5	10	20	30	40	60
	руйнівна подача S_p , мм/об						
6,35	3,05	2,65	2,24	2,04	1,83	1,53	1,32
4,76	2,65	2,24	1,83	1,53	1,32	1,12	1,01
3,18	1,83	1,53	1,32	1,12	1,01	0,92	0,76

Зміст і порядок виконання роботи

Математичні моделі отримують в такій послідовності (див. 1.3.3):

1. Перевіряють пакунок аналізу в Excel.
2. Вводять вихідні дані.
3. Знаходять основні числові характеристики.
4. Визначають параметри регресійної моделі. Будують лінійну модель $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$. Визначають тісноту лінійного зв'язку по множинного коефіцієнту кореляції. Визначають загальну якість моделі за коефіцієнтом детермінації R^2 . Перевіряють модель на адекватність за критерієм Фішера. Всі подальші розрахунки виконують тільки за умови адекватності моделі вихідним даним. Перевіряють статистичну значущість коефіцієнтів моделі. За отриманою моделі розраховують значення показника u для всіх точок вибірки.
5. Використовуючи вихідні дані і результати аналізу, роблять висновок про адекватність отриманої моделі і можливості її використання для прогнозування.

Зміст звіту

- 1 Найменування роботи.
- 2 Мета роботи.
- 3 Вихідні дані для отримання регресійній моделі.
- 4 Основні числові характеристики.
- 5 Коефіцієнти регресійної моделі.
- 6 Рівняння регресії (математична модель).
- 7 Результати аналізу множинного коефіцієнта кореляції, загальної якості моделі, адекватності моделі і статистичної значущості коефіцієнтів моделі.
- 8 Висновки.

Контрольні питання

- 1 Поняття багатфакторної моделі.

2 Що характеризує множинний коефіцієнт кореляції?

3 Назвіть послідовність дій для побудови багатофакторної моделі в додатку Excel for Windows.

4 За яким критерієм перевіряють загальну якість моделі?

5 Що таке адекватність моделі і за допомогою якого критерію її перевіряють?

2. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Метою практичних занять є закріплення теоретичних знань з основних розділів дисципліни і використання їх для отримання математичних моделей досліджуваних процесів різання і ріжучих інструментів.

Практичні заняття охоплюють основні розділи дисципліни такі як: оптимізація технічних рішень; математичне моделювання в експериментальних дослідженнях процесів різання і ріжучих інструментів; перевірка статистичних гіпотез; статистичне планування експерименту; отримання залежностей на основі кореляційного аналізу і містять порядок виконання роботи, варіанти індивідуальних завдань, необхідні розрахункові формули та довідкові таблиці, контрольні питання.

Практичне заняття є завершеним, якщо якісно виконані всі його розділи, передбачені методичними вказівками; виконані необхідні розрахунки; заповнені необхідні таблиці і побудовані графіки; отримані математичні моделі; написані висновки і зданий залік з теоретичної частини.

2.1 Моделювання процесу різання методом лінійного програмування

Практичне заняття 1

Мета роботи: для заданих умов обробки вибрати оптимальний режим різання, що забезпечує максимальну продуктивність механічної обробки. Виконати геометричну інтерпретацію математичної моделі оптимального режиму різання. Вихідні дані взяти з таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 - Вихідні дані для вибору оптимального режиму різання

№ варіанта	Вид технологічної операції	Оброблюваний матеріал	Верстат (мод)	Діаметр до обробки, мм	Діаметр після обробки, мм	Довжина обробки	Заданна шорсткість поверхні, мм
1	2	3	4	5	6	7	8
1	точіння	сталь 40X	1A616	98	90	270	$Ra = 3,2$
2	- // -	СЧ 24	16K20	107	100	360	$Rz = 40$
3	- // -	СЧ 21	16K20	130	126	450	$Ra = 3,2$
4	- // -	сталь 45	16K20	60	58	200	$Rz = 40$
5	- // -	сталь 20	1A616	44	40	120	$Rz = 20$
6	- // -	сталь 5	16K20	75	70	100	$Ra = 2,5$
7	- // -	сталь 45	16K20	98	92	250	$Rz = 40$
8	- // -	сталь 50	16K20	185	180	440	$Ra = 3,2$
9	- // -	Бр АЖ-9-4	1K62	107	100	400	$Ra = 2,5$
10	- // -	сталь 20ХН	16K20	45	40	150	$Rz = 20$
11	розточування	сталь 45	16K20	90	95	60	$Ra = 3,2$
12	- // -	сталь ШХ15	1K62	102	105	80	$Rz = 20$
13	- // -	сталь 5	16K20	60	65	30	$Ra = 3,2$
14	- // -	Бр АЖ-9-4	16K20	110	120	80	$Rz = 6,3$
15	- // -	сталь 20ХН	16K20	50	52	60	$Ra = 3,2$
16	- // -	СЧ 28	16K20	90	95	120	$Rz = 40$
17	- // -	сталь 30	16K20	45	50	80	$Rz = 80$
18	- // -	СЧ 15	16K20	30	35	20	$Ra = 3,5$
19	- // -	сталь 40X	16K20	100	105	120	$Rz = 20$

Продовження таблиці 2.1

1	2	3	4	5	6	7	8
20	- // -	сталь ХВГ	1А616	80	82	55	$Ra = 3,2$
21	- // -	сталь 9ХС	1А616	57	61	80	$Rz = 20$
22	- // -	сталь 50	16К20	85	95	100	$Ra = 3,2$
23	- // -	сталь 20ХН	16К20	60	62	75	$Ra = 3,2$
24	- // -	сталь 5	1К62	120	125	100	$Rz = 20$
25	- // -	СЧ 36	1К62	130	136	120	$Ra = 3,2$

2.1.1 Зміст роботи

Розрахунок оптимального режиму різання роблять у наступній послідовності:

1. Визначають ріжучу здатність різця, яка виражається швидкістю різання

$$V = \frac{C_v k_v}{T^m t^{x_v} S^{y_v}} = \frac{\pi D n}{1000},$$

Звідси

$$n S^{y_v} = \frac{318 C_v k_v}{T^m t^{x_v} D} = \frac{\pi D n}{1000}, \quad (2.1)$$

де, t - глибина різання, мм;

S - подача, $\frac{\text{мм}}{\text{об}}$;

T - стійкість, хв;

C_v - постійний коефіцієнт, що враховує умови обробки;

k_v - поправочний коефіцієнт;

m, x_v, y_v - показники ступеня.

2. Визначають ефективну потужність верстата

$$N_e = \frac{P_z V}{6120} \leq N_{ем}.$$

де P_z - головна складова сили різання.

Висловивши R_z і V через D і n отримаємо

$$\frac{C_P k_P t^{X_P} S^{Y_P} \pi D n}{6120 \cdot 1000} \leq N_{em},$$

звідси

$$n S^{Y_P} \leq \frac{195 \cdot 10^4 N_{em}}{C_P k_P D t^{X_P}}, \quad (2.2)$$

де, C_P, k_P - коефіцієнти у формулі P_Z .

3. Визначають допустиму величину шорсткості обробленої поверхні

$$R_Z = \frac{C_R t^{X_R} S^{Y_R} \varphi^{Z_R} \varphi_1^{Z_R}}{r^{q_R}} \leq R_{Z\text{дон}},$$

Звідси

$$S^{Y_R} = \frac{r^{q_R} R_{Z\text{дон}}}{C_R t^{X_R} (\varphi \cdot \varphi_1)^{Z_R}}, \quad (2.3)$$

де r - радіус при вершині різця, мм;

φ - головний кут в плані, град;

φ_1 - допоміжний кут в плані, град;

C_R - постійний коефіцієнт, що враховує умови обробки;

$R_{Z\text{дон}}$ - допустима висота мікронерівностей, мкм.

4. Визначають оптимальну силу, що допускається міцність слабкої ланки механізму подачі верстата

$$P_X = C_{P_X} k_{P_X} t^{X_{P_X}} S^{Y_P} \leq P_{МП},$$

Звідси

$$S^{Y_P} \leq \frac{P_{МП}}{C_{P_X} k_{P_X} t^{X_{P_X}}}. \quad (2.4)$$

5. Встановлюють такі обмеження:

- мінімальна подача верстата $S \geq S_{cm.\text{min}}, \quad (2.5)$

- максимальна подача верстата $S \leq S_{cm.\text{max}}, \quad (2.6)$

- мінімальна частота обертання шпинделя верстата $n \geq n_{cm.\text{min}}, \quad (2.7)$

- максимальна частота обертання шпинделя верстата $n \leq n_{cm.\text{max}}, \quad (2.8)$

Для того, щоб продуктивність $\tau_0 = \frac{L}{nS}$ була максимальною, тобто $\tau_0 = \min$, необхідно щоб твір nS було максимальним.

6. Як оціночної приймають функцію

$$f = nS = \max . \quad (2.9)$$

7. Щоб систему обмежень і оцінну функцію привести до лінійної форми, логарифмують отримані вирази, попередньо помноживши, для зручності обчислення, в перших шести і останньому виразі подачу на 100. Отримаємо

$$\ln n + y_V \ln(100S) \leq \ln \frac{318 \cdot 100^{y_V} C_V k_V}{DT^{m_t X_V}} ; \quad (2.10)$$

$$\ln n + y_P \ln(100S) \leq \ln \frac{195 \cdot 10^4 100^{y_P} N_{em}}{C_{Pz} k_P Dt^{X_{Pz}}} ; \quad (2.11)$$

$$y_R \ln(100S) \leq \ln \frac{100^{y_R} r^{q_R}}{C_R t^{X_R} (\varphi \cdot \varphi_1)^{Z_R}} ; \quad (2.12)$$

$$y_{P_X} \ln(100S) \leq \ln \frac{100^{y_{P_X}} P_{МП}}{C_{P_X} k_{Pt}^{X_{P_X}}} ; \quad (2.13)$$

$$\ln(100S) \geq \ln(100S_{cm.min}) ; \quad (2.14)$$

$$\ln(100S) \leq \ln(100S_{cm.max}) ; \quad (2.15)$$

$$\ln n \geq \ln n_{cm.min} ; \quad (2.16)$$

$$\ln n \leq \ln n_{cm.max} ; \quad (2.17)$$

$$f = \ln n + \ln(100S) = \max . \quad (2.18)$$

7 Позначимо $\ln n = x_1$, $\ln(100S) = x_2$ і праві частини вираження через b с відповідними індексами, отримаємо математичну модель оптимального режиму різання.

$$\left. \begin{aligned}
 x_1 + y_V x_2 &\leq b_1 \\
 x_1 + y_P x_2 &\leq b_2 \\
 y_R x_2 &\leq b_3 \\
 y_{P_x} x_2 &\leq b_4 \\
 x_2 &\geq b_5 \\
 x_2 &\leq b_6 \\
 x_1 &\geq b_7 \\
 x_1 &\leq b_8
 \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

$$f = x_1 + x_2 = \max . \quad (2.20)$$

9 Геометрична інтерпретація математичної моделі представлена на малюнку 1.1. У системі координат $x_1 0 x_2$ лінії 1-УШ відповідно зображують рівняння обмежують залежностей. Штриховою лінією 1X, нахиленою до осі абсцис під кутів 45° , зображена оцінна функція, що підлягає оптимізації. Коли пряма потрапить в точку А багатокутника, лінійна форма оціночної функції буде мати мінімальне значення. При подальшому переміщенні лінійна форма буде рости і досягне максимуму в точці С, координати якої x_{1onm} і x_{2onm} .

10 Визначають координати вершини багатокутника, для якої їх сума має максимальну величину ($x_{1onm} + x_{2onm} = \max$.

Так як $x_{1onm} = \ln n_{onm}$, $x_{2onm} = \ln(100S_{onm})$, то

$$n_{onm} = e^{x_{1onm}} , S_{onm} = \frac{1}{100} e^{x_{2onm}} ,$$

де e - основа натурального логарифма.

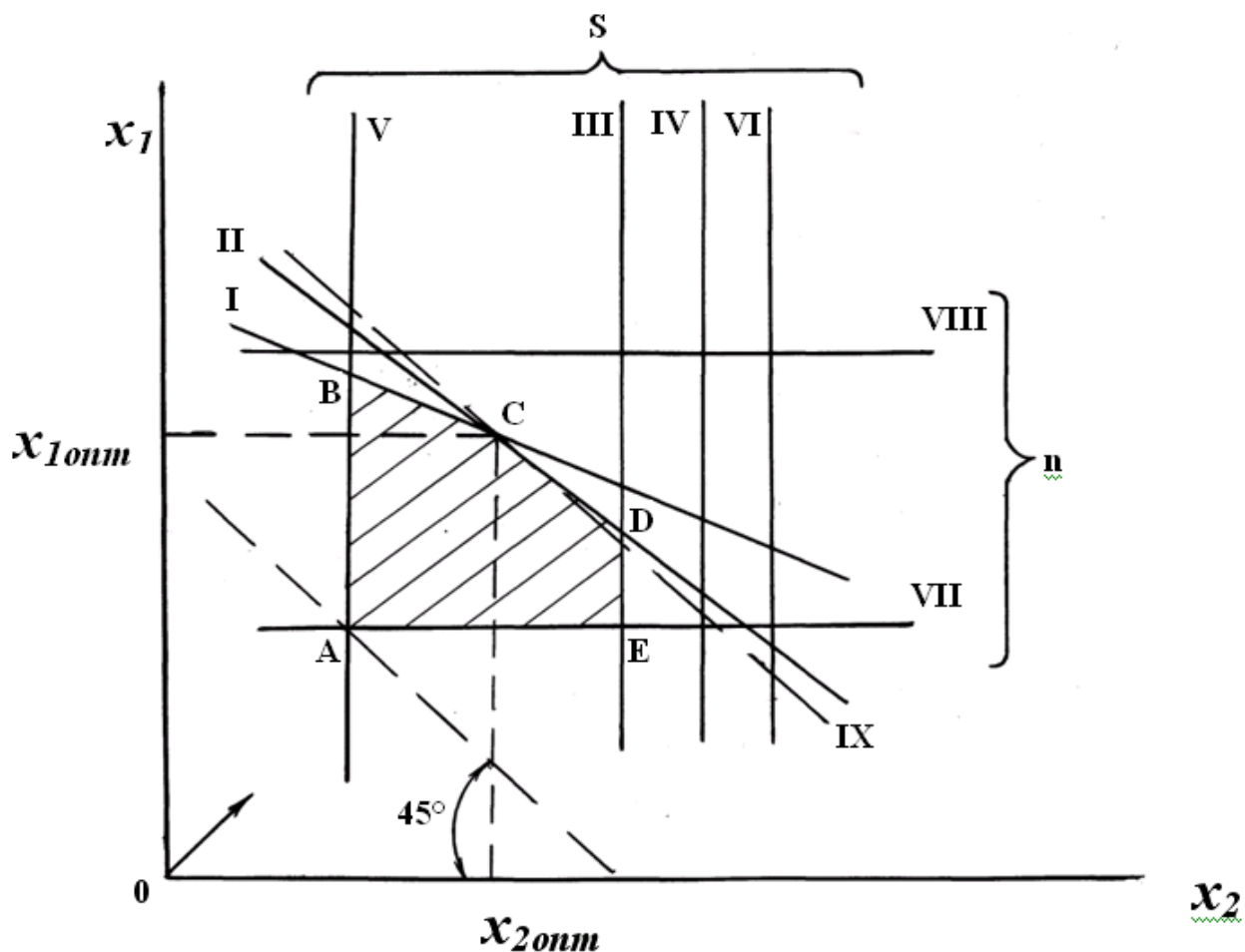


Рисунок 2.1 - Геометрична інтерпретація математичної моделі оптимального режиму різання

2.1.2 Зміст звіту

- 1 Назва та мета роботи.
- 2 Вихідні дані для розрахунку оптимального режиму різання.
- 3 Результати розрахунку обмежень.
- 4 Математична модель оптимального режиму різання.
- 5 Геометрична інтерпретація математичної моделі оптимального режиму різання.
- 6 Чисельні значення оптимального режиму різання.
- 7 Висновки.

2.1.3 Контрольні питання

- 1 Що таке оптимальний режим різання при лінійному програмуванні?
- 2 Які обмеження використовують при виборі оптимального режиму різання?
- 3 Що прийнято за оцінну функцію при виборі оптимального режиму різання методом лінійного програмування?
- 4 Чому програмування вважають лінійним?
- 5 Які технологічні обмеження використовують при виборі оптимального режиму різання?
- 6 Як здійснюють геометричну інтерпретацію математичної моделі оптимального режиму різання?
- 7 Як визначають оптимальні значення елементів режиму різання?

2.2 Дослідження імовірнісних експлуатаційних характеристик ріжучих інструментів

Практичне заняття 2

Мета роботи: для заданих значень періоду стійкості різального інструменту визначити статистичні значення показників його надійності, передбачуваний закон розподілу періоду стійкості і зробити висновок про якість інструменту.

Умови завдань для вирішення наведені нижче:

Завдання № 1: Визначити математичне очікування і коефіцієнт варіації періоду стійкості різального інструменту (T_i , хв). Побудувати статистичну криву щільності розподілу періоду стійкості. Зробити висновок про якість ріжучого інструменту. Період стійкості має наступні значення: $T_1 = 15$; $T_2 = 19$; $T_3 = 21$; $T_4 = 15$; $T_5 = 22$; $T_6 = 25$; $T_7 = 22$; $T_8 = 30$; $T_9 = 26$; $T_{10} = 24$.

Завдання № 2: Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості (T , хв), отриманого в результаті випробувань партії однотипного інструменту. Побудувати статистичну криву щільності розподілу періоду стійкості. Період стійкості має наступні значення: $T_1 = 15$; $T_2 = 18$; $T_3 = 20$; $T_4 = 45$; $T_5 = 35$; $T_6 = 15$; $T_7 = 20$; $T_8 = 25$; $T_9 = 26$; $T_{10} = 38$; $T_{11} = 15$; $T_{12} = 25$; $T_{13} = 30$; $T_{14} = 32$; $T_{15} = 20$.

Завдання № 3: Для заданих значень періоду стійкості інструменту (T , хв) побудувати статистичну криву ймовірності безвідмовної роботи. Зробити висновок про якість інструменту. Період стійкості має наступні значення: $T_1 = 10$; $T_2 = 25$; $T_3 = 15$; $T_4 = 35$; $T_5 = 30$; $T_6 = 65$; $T_{50} = 22$; $T_8 = 15$; $T_9 = 30$; $T_{10} = 40$; $T_{11} = 25$; $T_{12} = 45$.

Завдання № 4: Для заданих значень періоду стійкості (T , хв) фрез визначити математичне очікування і коефіцієнт варіації. Побудувати статистичну криву щільності розподілу періоду стійкості. Зробити висновок про якість фрез. Період стійкості має наступні значення: $T_1 = 125$; $T_2 = 160$; $T_3 = 185$; $T_4 = 240$; $T_5 = 125$; $T_6 = 90$; $T_7 = 160$; $T_8 = 125$; $T_9 = 185$; $T_{10} = 130$.

Завдання № 5: Для заданих значень періоду стійкості (T , хв) дискових фрез побудувати статистичну криву ймовірності безвідмовної роботи. Зробити висновок про якість фрез. Період стійкості має наступні значення: $T_1 = 90$; $T_2 = 130$; $T_3 = 160$; $T_4 = 130$; $T_5 = 90$; $T_6 = 130$; $T_7 = 160$; $T_8 = 220$; $T_9 = 240$; $T_{10} = 130$.

Завдання № 6: Визначити математичне очікування і коефіцієнт варіації періоду стійкості мітчиків. Побудувати статистичну криву інтенсивності відмов. Зробити висновок про якість мітчиків. Період стійкості має наступні значення:

n_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Кількість оброблених отворів	8	11	6	15	30	20	10	15	12	20	10	15

Завдання № 7: Для заданих значень періоду стійкості інструменту (T , хв) побудувати статистичну криву щільності розподілу періоду стійкості. Період стійкості має наступні значення: $T_1 = 10$; $T_2 = 25$; $T_3 = 15$; $T_4 = 28$; $T_5 = 28$; $T_6 = 40$; $T_7 = 38$; $T_8 = 35$; $T_9 = 60$; $T_{10} = 40$.

Завдання № 8: Визначити математичне очікування і коефіцієнт варіації періоду стійкості (T , хв) партії різців, виготовлених з твердого сплаву марки Т5К10 і випробуваних при $t = 5,0$ мм, $S = 0,6$ мм/об, $V = 80$ м/хв. Побудувати криву інтенсивності відмов різців. Зробити висновок про якість різців.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	20	22	40	35	30	20	25	18	50	35	63	20

Завдання № 9: Для заданих значень періоду стійкості інструменту (T_i , хв) побудувати статистичну криву щільності розподілу. Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості. Зробити висновок про якість інструменту.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	12	15	10	85	50	15	20	60	30	15	40	25

Завдання № 10: Для заданих значень періоду стійкості (T_i , хв) кінцевих фрез побудувати статистичну криву інтенсивності відмов. Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості. Зробити висновок про якість фрез.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	40	55	60	85	75	40	50	65	70	40	55	50

Завдання № 11: Для заданих значень періоду стійкості інструменту (T_i , хв) побудувати статистичну криву ймовірності безвідмовної роботи. Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості. Зробити висновок про якість інструменту.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	15	30	40	10	65	80	15	50	25	60	35	30

Завдання № 12: Визначити математичне очікування і коефіцієнт варіації періоду стійкості (T_i , хв) мітчиків М6. Побудувати криву щільності розподілу періоду стійкості. Зробити висновок про якість мітчиків.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	6	10	15	8	20	26	10	12	20	12	15	10

Завдання № 13: Визначити математичне очікування і коефіцієнт варіації періоду стійкості (T_i , хв) партії різців, виготовлених з твердого сплаву марки Т15К8 і випробуваних при $t = 2,0$ мм, $s = 0,3$ мм / об, $V = 120$ м / хв. Побудувати криву ймовірності безвідмовної роботи. Зробити висновок про якість різців.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	40	42	60	55	50	40	45	38	70	55	83	40

Завдання № 14: Для заданих значень періоду стійкості (T_i , хв) торцевих фрез $D = 160$ мм визначити його математичне очікування і коефіцієнт варіації. Побудувати статистичну криву щільності розподілу періоду стійкості. Зробити висновок про якість фрез.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
T_i , хв	120	150	130	90	180	240	210	150	150	180	130

Завдання № 15: Визначити математичне очікування і коефіцієнт варіації періоду стійкості (T_i , хв) ріжучого інструменту. Побудувати статистичну криву інтенсивності відмов інструменту. Зробити висновок про якість інструменту.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	15	19	22	26	30	25	15	20	21	22	24	21

Завдання № 16: Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості інструменту (T_i , хв), отриманого в результаті випробувань партії однотипного інструменту. Побудувати статистичну криву щільності розподілу періоду стійкості. Зробити висновок про якість інструменту.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T_i , хв	15	26	30	20	18	15	25	35	45	15	20	32	35	25	20

Завдання № 17: Для заданих значень періоду стійкості інструменту (T_i , хв) побудувати статистичну криву ймовірності безвідмовної роботи. Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості. Зробити висновок про якість ріжучого інструменту.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	30	35	40	60	85	32	35	50	115	70	35	45

Завдання № 18: Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості (T_i , хв) інструменту. Побудувати статистичну криву інтенсивності відмов. Зробити висновок про якість інструменту.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_i , хв	15	21	19	15	25	22	22	30	24	26

Завдання № 19: Визначити математичне сподівання і коефіцієнт варіації періоду стійкості (T_i , хв), отриманого в результаті випробувань партії однотипного інструменту. Побудувати статистичну криву ймовірності безвідмовної роботи. Зробити висновок про якість інструменту.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T_i , хв	15	20	18	35	15	45	20	25	26	15	38	25	32	30	20

Завдання № 20: Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості (T_i , хв) фрез. Побудувати статистичну криву ймовірності безвідмовної роботи. Зробити висновок про якість фрез.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_i , хв	185	125	160	240	125	90	125	185	190	130

Завдання № 21: Для заданих значень періоду стійкості (T_i , хв) фасонних фрез побудувати статистичну криву щільності розподілу. Визначити передбачу-

ваний закон розподілу періоду стійкості фрез. Зробити висновок про якість ріжучого фрез.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_i , хв	130	90	160	130	130	90	240	160	220	130

Завдання № 22:Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості мітчиків М10. Побудувати статистичну криву щільності розподілу. Зробити висновок про якість мітчиків.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	40	55	30	75	150	100	50	75	60	100	50	75

Завдання № 23: Для заданих значень періоду стійкості інструменту (T_i , хв) побудувати статистичну криву інтенсивності відмов. Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості. Зробити висновок про якість інструменту.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_i , хв	20	50	30	56	56	80	76	70	120	80

Завдання № 24: Визначити математичне сподівання і коефіцієнт варіації періоду стійкості (T_i , хв) партії свердел $\varnothing 12$ мм, виготовлених зі швидкорізальної сталі марки Р6М5. Побудувати статистичну криву щільності розподілу. Зробити висновок про якість свердел.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	40	22	20	35	30	20	18	50	25	35	63	20

Завдання № 25:Для заданих значень періоду стійкості зенкерів $\varnothing 20$ мм побудувати статистичну криву ймовірності безвідмовної роботи. Визначити передбачуваний закон розподілу періоду стійкості зенкерів. Зробити висновок про якість зенкерів.

№№ п / п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
T_i , хв	55	60	40	85	75	40	70	50	65	40	55	50

2.2.1 Зміст і порядок виконання роботи

1. Статистичну оцінку показників надійності інструменту (імовірнісних експлуатаційних характеристик) здійснюють за результатами його випробувань.

Для періоду стійкості T_i будують варіаційний ряд (значення періоду стійкості розташовують в порядку зростання). значення T_i заносять в таблицю 2.2.

Таблиця 2.2 - Варіаційний ряд періоду стійкості інструменту

№№ п / п	1	2	3	...	n-2	n-1	n
T_i	T_1	T_2	T_3	...	T_{n-2}	T_{n-1}	T_n

2. Варіаційний ряд розбивають на інтервали. Число інтервалів розраховують за формулою

$$J = 1 + 3,32 \lg n, \quad (2.21)$$

де n - обсяг випробувань (число вихідних даних).

3. Визначають середнє значення періоду стійкості

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i, \quad (2.22)$$

де T_i - поточні значення періоду стійкості.

4. Розраховують середнє квадратичне відхилення періоду стійкості

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2}{n-1}}. \quad (2.23)$$

5. Розраховують коефіцієнт варіації періоду стійкості

$$V_T = \frac{\sigma_T}{\bar{T}}. \quad (2.24)$$

6. Для попереднього визначення закону розподілу періоду стійкості використовують розрахункові значення коефіцієнтів варіації (таблиця 2.3)

Таблиця 2.3 - Вибір закону розподілу періоду стійкості

Коефіцієнт варіації	Закон розподілу
$V_T \leq 0,33$	Нормальний
$0,3 < V_T < 0,6$	Вейбулла-Гнеденко
$V_T \approx 1,0$	Експонентний

7. Основними показниками надійності різального інструменту є: щільність розподілу періоду стійкості $f(T)$, Ймовірність безвідмовної роботи $P(T)$ і інтенсивність відмов $\lambda(T)$. Значення цих показників розраховують для інтервалів часу від T_j до T_{j+1}

$$T_{j+1} = T_j + \Delta T, \quad (2.25)$$

де ΔT - величина інтервалу.

$$\Delta T = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{J}, \quad (2.26)$$

де $T_{\min} = T_1$ - мінімальне значення періоду стійкості в варіаційному ряду;
 T_{\max} - максимальне значення періоду стійкості в варіаційному ряду;
 J - кількість інтервалів.

8. Щільність розподілу періоду стійкості визначають за формулою

$$f(T) = \frac{m(T)}{n\Delta T}, \quad (2.27)$$

де, $m(T)$ - число відмов інструменту в інтервалі часу від $\left(T - \frac{\Delta T}{2}\right)$ до $\left(T + \frac{\Delta T}{2}\right)$.

9. Імовірність безвідмовної роботи визначається за формулою

$$P(T) = \frac{n - m(\tau)}{n}. \quad (2.28)$$

10. Інтенсивність відмов (ймовірність відмови в одиницю часу T за умови, що до цього часу відмова не виник) визначають за формулою

$$\lambda(T) = \frac{2m(T)}{(n_j + n_{j+1})\Delta T}, \quad (2.29)$$

де n_j, n_{j+1} - число інструментів, які працюють відповідно на початку і в кінці j -го інтервалу часу ΔT .

11. За результатами розрахунку $f(T), P(T), \lambda(T)$ будують графіки. Результати розрахунку заносять в таблицю 2.4.

2.2.2 Зміст звіту

- 1 Назва та мета роботи.
- 2 Вихідні дані і варіаційний ряд періоду стійкості.
- 3 Результати розрахунку необхідних показників надійності, зведені в таблицю 2.3.
- 4 Графіки зміни під час розрахованих показників надійності $f(T), P(T), \lambda(T)$.
- 5 Висновки.

2.2.3 Контрольні питання

1. Що характеризує математичне очікування дискретної випадкової величини?
2. Що характеризує дисперсія випадкової величини?
3. Що характеризує середнє квадратичне відхилення випадкової величини?
4. Чому дорівнює і що характеризує коефіцієнт варіації?
5. Для чого використовують коефіцієнт варіації?
6. Як визначають кількість інтервалів, на яке розбивають варіаційний ряд?
7. Назвіть функції розподілу випадкових величин.
8. Назвіть показники надійності різального інструменту.

Таблиця 2.3 - Результати розрахунку характеристик надійності інструменту

№ інтервала	межі інтервалу $\Delta T = T_{j+1} - T_j$		Число відмовили інструментів за інтервал ΔT	Число працездатних інструментів в момент T_j	Середнє число работоспособних інструментів	Статистична щільність розподіляється лення $f(T)$	Статистична інтенсивність відмов $\lambda(T)$	Статистична імовірність безвідмовної роботи $P(T)$
	T_j	T_{j+1}						
j	T_j	T_{j+1}	$m(T)$	$n(T)$	$\frac{n_j + n_{j+1}}{2}$	$\frac{m(T)}{n\Delta T}$	$\frac{2m(T)}{n_j + n_{j+1}}$	$\frac{n(T)}{n}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1								
2								
3								
4								
5								
6								

2.3 Визначення закону розподілу періоду стійкості інструменту при малих обсягах випробувань

Практичне заняття 3

Мета роботи: для заданих значень періоду стійкості визначити передбачуваний закон розподілу. Побудувати статистичну криву щільності розподілу періоду стійкості. Перевірити відповідність статистичного розподілу теоретичному за критерієм Шапіро. Вихідні дані взяти з таблиці 2.5.

Таблиця 2.5 - Вихідні дані для визначення закону розподілу періоду стійкості

№ варіанту	Значення періоду стійкості T_i , хв
1	2
1	15, 25, 40, 20, 15, 30, 35, 20, 22, 18
2	35, 40, 30, 45, 50, 60, 30, 35, 40, 45
3	15, 20, 25, 18, 15, 12, 25, 10
4	60, 75, 50, 60, 45, 30, 60, 55
5	10, 15, 18, 15, 21, 25, 10, 15, 18, 15
6	35, 55, 45, 60, 70, 80, 60, 45, 65
7	32, 30, 25, 30, 30, 34, 40, 36
8	15, 18, 25, 30, 10, 20, 35, 30, 45, 20
9	20, 30, 31, 22, 25, 30, 35, 40, 34, 25, 31
10	15, 21, 30, 23, 26, 20, 20, 19, 22
11	100, 80, 85, 100, 75, 60, 95, 70, 110, 85
12	60, 70, 55, 65, 75, 70, 85, 70, 65
13	80, 85, 105, 75, 80, 90, 95, 90, 75, 85
14	85, 95, 98, 110, 95, 90, 100, 105, 95, 120
15	40, 45, 65, 35, 75, 30, 45, 50, 55
16	15, 22, 25, 40, 30, 35, 18, 22, 30, 25
17	20, 25, 10, 30, 15, 18, 20, 22, 35, 20
18	44, 35, 40, 45, 50, 40, 50, 55, 40
19	40, 42, 45, 50, 40, 35, 45, 40, 44
20	10, 18, 22, 28, 30, 22, 15, 25, 15
21	70, 80, 82, 85, 87, 75, 90, 95, 80, 84, 85
22	30, 50, 70, 60, 30, 40, 50, 60, 54, 45
23	25, 35, 40, 30, 35, 45, 30, 40, 35
24	18, 24, 25, 30, 20, 34, 20, 22, 30
25	15, 18, 25, 30, 20, 10, 30, 35, 20, 45

2.3.1 Зміст і порядок виконання роботи

1. Закон розподілу періоду стійкості інструменту визначають за результатами випробувань. Для цього розраховують середнє значення періоду стійкості

$$\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i, \quad (2.30)$$

де, T_i - поточне значення періоду стійкості;

n - обсяг випробувань.

2. Розраховують коефіцієнт варіації періоду стійкості

$$V_T = \frac{\sigma_T}{\bar{T}}, \quad (2.31)$$

де σ_T - середнє квадратичне відхилення

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2}{(n-1)}}, \quad (2.32)$$

3. Для вибору закону розподілу періоду стійкості використовують таблицю 2.2.

4 Розрахунок статистичних значень щільності розподілу періоду стійкості виробляють з використанням формул (2.5), (2.6) і (2.7).

Розраховані значення $f(T)$ заносять в таблицю 2.6. За результатами розрахунку будують графік.

Таблиця 2.6 - Статистичні значення щільності розподілу періоду стійкості

№ інтервалу	Межі інтервалу $\Delta T = T_{j+1} - T_j$		Число інструментів, що відмовили за час ΔT	Статистична щільність розподілу
j	T_j	T_{j+1}	$m(T)$	$f(T) = \frac{m(T)}{n\Delta T}$
1	2	3	4	5
1				
2				
3				
4				
5				
6				

5 З причини невеликих обсягів випробувань перевірку відповідності статистичного розподілу теоретичному виконують за критерієм Шапіро.

У разі нормального закону розподілу критерій Шапіро дорівнює

$$W = \frac{b^2}{S^2}, \quad (2.33)$$

де:

$$b = a_n(T_n - T_1) + a_{n-1}(T_{n-1} - T_2) + \dots + a_{n-k+1}(T_{n-k+1} - T_k) = \sum_{i=1}^k a_{n-i+1}(T_{n-i+1} - T_i), \quad (2.34)$$

де a - постійні коефіцієнти, які вибирають в залежності від числа дослідів n по таблиці 2.7.

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (T_i - T)^2 = \sum_{i=1}^n T_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n T_i\right)^2}{n}. \quad (2.35)$$

6. Розрахунок W - критерію виконують в такій послідовності:

- вихідні значення T_i розраховують у вигляді варіаційного ряду

($T_1 < T_2 < T_3 < \dots < T_n$) і обчислюють S^2 .

- з таблиці 2.7 вибирають значення a_{n-k+1} , приймаючи $k = \frac{n}{2}$ при парно-

му значенні n і $k = \frac{(n-1)}{2}$ при непарному значенні n .

- розраховують W - критерій.

7. Порівнюють розраховане значення W з табличним (таблиця 2.8). У таблиці наведено мінімальні значення W , які можна використовувати для довірчих ймовірностей $P_\alpha = 0,99$, $P_\alpha = 0,98$, $P_\alpha = 0,95$, $P_\alpha = 0,9$, $P_\alpha = 0,5$.

Розрахункові значення W повинні бути більше табличних при обраному рівні P_α ($W_{расч} > W_{табл}$). В цьому випадку гіпотеза про відповідність статистичного розподілу нормальному закону приймається.

8. У випадку експоненціального розподілу критерій Шапіро дорівнює

$$WE = \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^n T_i}{n} - T_1\right)^2}{\sum_{i=1}^n T_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n T_i\right)^2}{n}} \quad (2.36)$$

9. Перевіряємо, чи не знаходиться розраховане значення WE поза довірчих інтервалів для $P_\alpha = 0,95$ і $P_\alpha = 0,90$ (таблиця 2.9).

Таблиця 2.7 - Коефіцієнти a_{n-i+1} , використовувані для перевірки по W - критерієм при нормальному законі розподілу

$n \backslash k$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0,707	0,6872	0,6646	0,6413	0,6233	0,6052	0,5888	0,5739	0,5601	0,5475	0,5359	0,5251	0,5150	0,5056	0,4968	0,4886
2		0,1677	0,2413	0,2806	0,3031	0,3164	0,3244	0,3291	0,3315	0,3325	0,3325	0,3318	0,3306	0,3290	0,3273	0,3253
3				0,0875	0,1401	0,1743	0,1976	0,2141	0,2260	0,2347	0,2412	0,2460	0,2495	0,2521	0,2540	0,2553
4						0,0561	0,0947	0,1224	0,1429	0,1586	0,1707	0,1802	0,1878	0,1939	0,1988	0,2027
5								0,0399	0,0695	0,0922	0,1099	0,1240	0,1353	0,1447	0,1524	0,1587
6										0,0303	0,0539	0,0727	0,0880	0,1005	0,1109	0,1197
7												0,0240	0,0433	0,0593	0,0725	0,0837
8														0,0196	0,0359	0,0496
9																0,0163

Таблиця 2.8 - Значення W критерію для перевірки відповідності статистичного розподілу нормальному закону

$n \backslash \alpha$	0,01 ($P_\alpha = 0,99$)	0,02 ($P_\alpha = 0,98$)	0,05 ($P_\alpha = 0,95$)	0,10 ($P_\alpha = 0,90$)	0,50 ($P_\alpha = 0,50$)
3	0,753	0,756	0,767	0,789	0,959
4	0,687	0,707	0,748	0,792	0,935
5	0,686	0,715	0,762	0,806	0,927
6	0,713	0,743	0,788	0,826	0,927
7	0,730	0,760	0,803	0,838	0,928
8	0,749	0,778	0,818	0,851	0,932
9	0,764	0,791	0,829	0,859	0,935
10	0,781	0,806	0,842	0,869	0,938
11	0,792	0,817	0,850	0,876	0,940
12	0,805	0,828	0,859	0,883	0,943
13	0,814	0,837	0,866	0,889	0,945
14	0,825	0,846	0,874	0,895	0,947
15	0,835	0,855	0,881	0,901	0,950
16	0,844	0,863	0,887	0,906	0,952
17	0,851	0,869	0,892	0,910	0,954
18	0,858	0,874	0,897	0,914	0,956
19	0,863	0,879	0,901	0,917	0,957
20	0,868	0,884	0,905	0,920	0,959
21	0,873	0,888	0,908	0,923	0,960
22	0,878	0,892	0,911	0,926	0,961
23	0,881	0,895	0,914	0,928	0,962
24	0,884	0,898	0,916	0,930	0,963
25	0,888	0,901	0,918	0,931	0,964

Таблиця 2.9 - Значення WE - критерію для перевірки відповідності статистичного розподілу експоненціальниму закону

№	WE при $P_\alpha = 0,95$		WE при $P_\alpha = 0,90$	
	нижня межа	верхня межа	нижня межа	верхня межа
7	0,062	0,404	0,071	0,358
8	0,054	0,342	0,062	0,301
9	0,050	0,301	0,058	0,261
10	0,049	0,261	0,056	0,231
11	0,046	0,234	0,052	0,208
12	0,044	0,215	0,050	0,191
13	0,040	0,195	0,046	0,173
14	0,038	0,178	0,043	0,159
15	0,036	0,163	0,040	0,145
16	0,034	0,150	0,038	0,134
17	0,030	0,135	0,034	0,120
18	0,028	0,123	0,031	0,109
19	0,026	0,114	0,029	0,102
20	0,025	0,106	0,028	0,095
21	0,024	0,101	0,027	0,091
22	0,023	0,094	0,026	0,084
23	0,022	0,087	0,025	0,078
24	0,021	0,082	0,024	0,074
25	0,021	0,078	0,023	0,070
26	0,020	0,073	0,022	0,066
27	0,020	0,070	0,022	0,063
28	0,019	0,067	0,021	0,061
29	0,019	0,064	0,021	0,058
30	0,018	0,060	0,020	0,054
31	0,017	0,057	0,019	0,052

Це двосторонній критерій, тобто занадто великі і занадто малі значення WE вказують на невідповідність статистичного розподілу експоненціальним законом.

2.3.2 Зміст звіту

- 1 Назва та мета роботи.
- 2 Вихідні дані і варіаційний ряд періоду стійкості.
- 3 Таблиця 3.2 з результатами розрахунку щільності розподілу періоду стійкості $f(T)$.
- 4 Графік зміни в часі $f(T)$.
- 5 Результати розрахунку критерію Шапіро.
- 6 Результати перевірки по табличних значень W і WE .
- 7 Висновки.

2.3.3 Контрольні питання

- 1 Які критерії згоди використовують для перевірки відповідності статистического розподілу теоретичному?
- 2 В яких випадках використовують критерії Пірсона і Колмогорова?
- 3 В яких випадках використовують критерій Шапіро?
- 4 Які показники надійності використовують при перевірці по критеріям Пірсона і Колмогорова?
- 5 Назвіть порядок розрахунку критерію Шапіро.
- 6 Від чого залежать постійні коефіцієнти an при розрахунку критерію Шапіро.
- 7 Назвіть недолік критерію Шапіро.

2.4 Отримання математичних моделей методом повного факторного експерименту

Практичне заняття 4

Мета роботи: побудувати матрицю повного факторного експерименту (ПФЕ), визначити коефіцієнти математичної моделі, записати рівняння регресії, перевірити адекватність математичної моделі. Вихідні дані взяти з таблиці 2.10.

Таблиця 2.10 - Вихідні дані для отримання математичної моделі

№ вар.	Умова задачі																																
1	2																																
1	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності головною складовою сили різання $P_z(y)$ від глибини різання $t(x_1)$ і подачі $S(x_2)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th colspan="3" style="text-align: center;">у₁, Н</th> <th colspan="3" style="text-align: center;">у₂, Н</th> <th colspan="3" style="text-align: center;">у₃, Н</th> <th colspan="3" style="text-align: center;">у₄, Н</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">700</td><td style="text-align: center;">740</td><td style="text-align: center;">800</td> <td style="text-align: center;">1000</td><td style="text-align: center;">1100</td><td style="text-align: center;">950</td> <td style="text-align: center;">850</td><td style="text-align: center;">830</td><td style="text-align: center;">900</td> <td style="text-align: center;">1500</td><td style="text-align: center;">1550</td><td style="text-align: center;">1600</td> </tr> </tbody> </table>	у ₁ , Н			у ₂ , Н			у ₃ , Н			у ₄ , Н			700	740	800	1000	1100	950	850	830	900	1500	1550	1600								
у ₁ , Н			у ₂ , Н			у ₃ , Н			у ₄ , Н																								
700	740	800	1000	1100	950	850	830	900	1500	1550	1600																						
2	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^3. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності температури різання $\theta^\circ\text{C}(y)$ від елементів режиму різання $V(x_1)$, $S(x_2)$, $t(x_3)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">у₁, Н</th> <th style="text-align: center;">у₂, Н</th> <th style="text-align: center;">у₃, Н</th> <th style="text-align: center;">у₄, Н</th> <th style="text-align: center;">у₅, Н</th> <th style="text-align: center;">у₆, Н</th> <th style="text-align: center;">у₇, Н</th> <th style="text-align: center;">у₈, Н</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">600,</td><td style="text-align: center;">800,</td><td style="text-align: center;">700,</td><td style="text-align: center;">900,</td><td style="text-align: center;">500,</td><td style="text-align: center;">700,</td><td style="text-align: center;">600,</td><td style="text-align: center;">1000,</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">570,</td><td style="text-align: center;">820,</td><td style="text-align: center;">750,</td><td style="text-align: center;">920,</td><td style="text-align: center;">550,</td><td style="text-align: center;">730,</td><td style="text-align: center;">590,</td><td style="text-align: center;">1100,</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">650</td><td style="text-align: center;">780</td><td style="text-align: center;">670</td><td style="text-align: center;">880</td><td style="text-align: center;">490</td><td style="text-align: center;">710</td><td style="text-align: center;">630</td><td style="text-align: center;">1050</td> </tr> </tbody> </table>	у ₁ , Н	у ₂ , Н	у ₃ , Н	у ₄ , Н	у ₅ , Н	у ₆ , Н	у ₇ , Н	у ₈ , Н	600,	800,	700,	900,	500,	700,	600,	1000,	570,	820,	750,	920,	550,	730,	590,	1100,	650	780	670	880	490	710	630	1050
у ₁ , Н	у ₂ , Н	у ₃ , Н	у ₄ , Н	у ₅ , Н	у ₆ , Н	у ₇ , Н	у ₈ , Н																										
600,	800,	700,	900,	500,	700,	600,	1000,																										
570,	820,	750,	920,	550,	730,	590,	1100,																										
650	780	670	880	490	710	630	1050																										
3	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності міцності пластини у (період стійкості до руйнування $T_{p,xv}$) від товщини пластини $h(x_1)$ і кута загострення $\beta(x_2)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th colspan="3" style="text-align: center;">у₁, Н</th> <th colspan="3" style="text-align: center;">у₂, Н</th> <th colspan="3" style="text-align: center;">у₃, Н</th> <th colspan="3" style="text-align: center;">у₄, Н</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">60</td><td style="text-align: center;">65</td><td style="text-align: center;">60</td> <td style="text-align: center;">120</td><td style="text-align: center;">125</td><td style="text-align: center;">115</td> <td style="text-align: center;">85</td><td style="text-align: center;">80</td><td style="text-align: center;">90</td> <td style="text-align: center;">150</td><td style="text-align: center;">165</td><td style="text-align: center;">160</td> </tr> </tbody> </table>	у ₁ , Н			у ₂ , Н			у ₃ , Н			у ₄ , Н			60	65	60	120	125	115	85	80	90	150	165	160								
у ₁ , Н			у ₂ , Н			у ₃ , Н			у ₄ , Н																								
60	65	60	120	125	115	85	80	90	150	165	160																						

Продовження таблиці 2.10

1	2																																											
4	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності періоду стійкості різця y ($T, хв$) від швидкості різання V (x_1) і твердості оброблюваного матеріалу НВ (x_2). Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">$y_1, Н$</th> <th colspan="3">$y_2, Н$</th> <th colspan="3">$y_3, Н$</th> <th colspan="3">$y_4, Н$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>60</td><td>65</td><td>60</td> <td>40</td><td>45</td><td>35</td> <td>35</td><td>30</td><td>30</td> <td>20</td><td>22</td><td>25</td> </tr> </tbody> </table>												$y_1, Н$			$y_2, Н$			$y_3, Н$			$y_4, Н$			60	65	60	40	45	35	35	30	30	20	22	25								
$y_1, Н$			$y_2, Н$			$y_3, Н$			$y_4, Н$																																			
60	65	60	40	45	35	35	30	30	20	22	25																																	
5	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності періоду стійкості свердел y ($T, хв$) від товщини серцевини $d_c(x_1)$ і зворотного конусності $\phi_1(x_2)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">$y_1, Н$</th> <th colspan="3">$y_2, Н$</th> <th colspan="3">$y_3, Н$</th> <th colspan="3">$y_4, Н$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>20</td><td>20</td><td>26</td> <td>15</td><td>20</td><td>16</td> <td>25</td><td>25</td><td>31</td> <td>35</td><td>41</td><td>35</td> </tr> </tbody> </table>												$y_1, Н$			$y_2, Н$			$y_3, Н$			$y_4, Н$			20	20	26	15	20	16	25	25	31	35	41	35								
$y_1, Н$			$y_2, Н$			$y_3, Н$			$y_4, Н$																																			
20	20	26	15	20	16	25	25	31	35	41	35																																	
6	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності міцності пластини y (руйнуюча подача $S_p, \frac{мм}{об}$) Від товщини пластини $h(x_1)$ і кута загострення $\beta(x_2)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">$y_1, Н$</th> <th colspan="3">$y_2, Н$</th> <th colspan="3">$y_3, Н$</th> <th colspan="3">$y_4, Н$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1,53</td><td>1,53</td><td>1,38</td> <td>2,24</td><td>2,24</td><td>2,04</td> <td>1,83</td><td>1,83</td><td>1,76</td> <td>2,65</td><td>3,05</td><td>2,83</td> </tr> </tbody> </table>												$y_1, Н$			$y_2, Н$			$y_3, Н$			$y_4, Н$			1,53	1,53	1,38	2,24	2,24	2,04	1,83	1,83	1,76	2,65	3,05	2,83								
$y_1, Н$			$y_2, Н$			$y_3, Н$			$y_4, Н$																																			
1,53	1,53	1,38	2,24	2,24	2,04	1,83	1,83	1,76	2,65	3,05	2,83																																	
7	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності періоду стійкості свердел y ($T, хв$) від товщини серцевини $d_c(x_1)$ і довжини свердла $l_c(x_2)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">$y_1, Н$</th> <th colspan="3">$y_2, Н$</th> <th colspan="3">$y_3, Н$</th> <th colspan="3">$y_4, Н$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>30</td><td>32</td><td>28</td> <td>40</td><td>35</td><td>45</td> <td>25</td><td>25</td><td>23</td> <td>35</td><td>41</td><td>35</td> </tr> </tbody> </table>												$y_1, Н$			$y_2, Н$			$y_3, Н$			$y_4, Н$			30	32	28	40	35	45	25	25	23	35	41	35								
$y_1, Н$			$y_2, Н$			$y_3, Н$			$y_4, Н$																																			
30	32	28	40	35	45	25	25	23	35	41	35																																	
8	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^3. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності головною складовою сили різання $P_z(y)$ від елементів режиму різання $t(x_1)$, $S(x_2)$, $V(x_3)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>$y_1, Н$</th> <th>$y_2, Н$</th> <th>$y_3, Н$</th> <th>$y_4, Н$</th> <th>$y_5, Н$</th> <th>$y_6, Н$</th> <th>$y_7, Н$</th> <th>$y_8, Н$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>700,</td><td>900,</td><td>800,</td><td>1000,</td><td>600,</td><td>800,</td><td>700,</td><td>1100,</td> </tr> <tr> <td>670,</td><td>920,</td><td>750,</td><td>1020</td><td>650,</td><td>830,</td><td>690,</td><td>1300,</td> </tr> <tr> <td>750</td><td>910</td><td>780</td><td>920</td><td>590</td><td>810</td><td>730</td><td>1200</td> </tr> </tbody> </table>												$y_1, Н$	$y_2, Н$	$y_3, Н$	$y_4, Н$	$y_5, Н$	$y_6, Н$	$y_7, Н$	$y_8, Н$	700,	900,	800,	1000,	600,	800,	700,	1100,	670,	920,	750,	1020	650,	830,	690,	1300,	750	910	780	920	590	810	730	1200
$y_1, Н$	$y_2, Н$	$y_3, Н$	$y_4, Н$	$y_5, Н$	$y_6, Н$	$y_7, Н$	$y_8, Н$																																					
700,	900,	800,	1000,	600,	800,	700,	1100,																																					
670,	920,	750,	1020	650,	830,	690,	1300,																																					
750	910	780	920	590	810	730	1200																																					

Продовження таблиці 2.10

1	2																								
9	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності міцності пластини y (період стійкості до руйнування T_p, хв) від подачі $S(x_1)$ і товщини пластини $h(x_2)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">y_1, H</th> <th colspan="3">y_2, H</th> <th colspan="3">y_3, H</th> <th colspan="3">y_4, H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>40</td><td>3</td><td>43</td> <td>30</td><td>29</td><td>31</td> <td>55</td><td>60</td><td>57</td> <td>35</td><td>40</td><td>30</td> </tr> </tbody> </table>	y_1, H			y_2, H			y_3, H			y_4, H			40	3	43	30	29	31	55	60	57	35	40	30
y_1, H			y_2, H			y_3, H			y_4, H																
40	3	43	30	29	31	55	60	57	35	40	30														
10	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності періоду стійкості мітчиків y (кількість оброблених отворів N) від товщини серцевини $d_c(x_1)$ і довжини нарізати різьблення $l(x_2)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">y_1, H</th> <th colspan="3">y_2, H</th> <th colspan="3">y_3, H</th> <th colspan="3">y_4, H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>30</td><td>28</td><td>32</td> <td>40</td><td>43</td><td>37</td> <td>25</td><td>23</td><td>27</td> <td>35</td><td>30</td><td>40</td> </tr> </tbody> </table>	y_1, H			y_2, H			y_3, H			y_4, H			30	28	32	40	43	37	25	23	27	35	30	40
y_1, H			y_2, H			y_3, H			y_4, H																
30	28	32	40	43	37	25	23	27	35	30	40														
11	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності періоду стійкості різця y ($T, хв$) від швидкості різання $V(x_1)$ і подачі $S(x_2)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">y_1, H</th> <th colspan="3">y_2, H</th> <th colspan="3">y_3, H</th> <th colspan="3">y_4, H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>90</td><td>95</td><td>94</td> <td>60</td><td>62</td><td>58</td> <td>80</td><td>82</td><td>84</td> <td>40</td><td>2</td><td>38</td> </tr> </tbody> </table>	y_1, H			y_2, H			y_3, H			y_4, H			90	95	94	60	62	58	80	82	84	40	2	38
y_1, H			y_2, H			y_3, H			y_4, H																
90	95	94	60	62	58	80	82	84	40	2	38														
12	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності зносу різця y ($h_3, хв$) від швидкості різання $V(x_1)$ і твердості оброблюваного матеріалу $HВ(x_2)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">y_1, H</th> <th colspan="3">y_2, H</th> <th colspan="3">y_3, H</th> <th colspan="3">y_4, H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1,2</td><td>0,9</td><td>1,3</td> <td>0,8</td><td>0,9</td><td>0,7</td> <td>0,7</td><td>0,6</td><td>0,6</td> <td>0,4</td><td>0,4</td><td>0,46</td> </tr> </tbody> </table>	y_1, H			y_2, H			y_3, H			y_4, H			1,2	0,9	1,3	0,8	0,9	0,7	0,7	0,6	0,6	0,4	0,4	0,46
y_1, H			y_2, H			y_3, H			y_4, H																
1,2	0,9	1,3	0,8	0,9	0,7	0,7	0,6	0,6	0,4	0,4	0,46														
13	<p>Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2. Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності міцності різця y (руйнівна подача $S_p, \frac{мм}{об}$) Від глибини різання $t(x_1)$ і кута загострення $\beta(x_2)$. Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="3">y_1, H</th> <th colspan="3">y_2, H</th> <th colspan="3">y_3, H</th> <th colspan="3">y_4, H</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2,65</td><td>2,83</td><td>3,05</td> <td>1,53</td><td>1,53</td><td>3,38</td> <td>2,24</td><td>2,24</td><td>$\frac{2}{4}$</td> <td>1,83</td><td>1,83</td><td>1,76</td> </tr> </tbody> </table>	y_1, H			y_2, H			y_3, H			y_4, H			2,65	2,83	3,05	1,53	1,53	3,38	2,24	2,24	$\frac{2}{4}$	1,83	1,83	1,76
y_1, H			y_2, H			y_3, H			y_4, H																
2,65	2,83	3,05	1,53	1,53	3,38	2,24	2,24	$\frac{2}{4}$	1,83	1,83	1,76														

Продовження таблиці 2.10

1	2											
14	Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2 . Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності періоду стійкості y ($T, хв$) спіральних свердел від товщини серцевини dC (x_1) і подача S (x_2). Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:											
	у ₁ , Н			у ₂ , Н			у ₃ , Н			у ₄ , Н		
	30	30	36	40	43	37	20	22	18	25	23	28
15	Побудувати матрицю повного факторного експерименту 2^2 . Визначити коефіцієнти математичної моделі залежності періоду стійкості y ($T, хв$) кінцевих фрез діаметром 22 мм зі швидкорізальної сталі Р6М5 від заднього кута α (x_1) і переднього кута γ (x_2). Записати рівняння регресії. Перевірити адекватність математичної моделі. Значення у рівні:											
	у ₁ , Н			у ₂ , Н			у ₃ , Н			у ₄ , Н		
	35	30	31	42	46	44	34	30	38	52	50	54

2.4.1 Зміст і порядок виконання роботи

1 Будують матрицю повного факторного експерименту (ПФЕ) відповідно до загальних правил побудови матриць.

2 Для зручності розрахунків будують таблицю 2.11.

Таблиця 2.11 - Вихідні дані і результати розрахунку математичної моделі

Точка плану V	Поточні значення параметра оптимізації			Середнє значення y_v	дисперсія досвіду S_v^2	Значення за моделлю	Дисперсія адекватності ($\overline{y_v} - \hat{y}_{vaa}$) ²
	у ₁	у ₂	у ₃				
1							
2							
3							
4							
...							
$N = 2^k$							

3 Рівняння регресії записують у вигляді

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{ij} b_{ij} x_{ij} x_j + \dots, \quad (2.37)$$

де b_i - коефіцієнт регресії;

x_i - незалежні змінні.

Коефіцієнти регресії розраховують за формулою

$$b_i = \frac{\sum x_{iv} \bar{y}_v}{n}, \quad (2.38)$$

де $i = 1, 2, 3, \dots, k$ - номер фактора;

y_v - середнє значення параметра оптимізації, отримане за результатами експерименту;

$n = 2^k$ - мінімальна кількість дослідів.

4. Визначають дисперсію, яка характеризує похибку дослідів

$$S_v^2 = \frac{\sum_{j=1}^r (y_{vj} - \bar{y}_v)^2}{(r-1)}, \quad (2.39)$$

де y_{vj} - поточне значення параметра оптимізації (y_1, y_2, y_3);

r - число повторних дослідів в кожному рядку матриці ПФЕ.

Значення S_v^2 записують в таблицю 2.11.

5. Визначають дисперсію параметра оптимізації, яка є середнім арифметичним з дисперсії n різних варіантів досліджень

$$S^2\{y\} = \frac{\sum_{v=1}^n S_v^2}{n} = \frac{\sum_{v=1}^n \sum_{j=1}^r (y_{vj} - \bar{y}_v)^2}{n(r-1)}. \quad (2.40)$$

6. Виконують перевірку однорідності дисперсій за критерієм $G_{кр}$ Кохрена. Критерій Кохрена - це відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій

$$G_{кр} = \frac{S_{V \max}^2}{\sum_{V=1}^n S_V^2} \leq G_{кр.табл}, \quad (2.41)$$

де $G_{кр.табл}$ - табличні значення критерію Кохрена, які наведені в таблиці А1 (Додаток А).

Відповідно до таблиці для числа ступенів свободи чисельника $f_1 = (r-1)$ і знаменника $f_2 = n$ визначають $G_{кр.табл}$. Дисперсії вважають однорідними, якщо експериментальні значення критерію Кохрена не перевищують табличних $G_{кр} \leq G_{кр.табл}$.

7. Розраховують дисперсію коефіцієнта регресії

$$S^2\{b\} = \frac{S^2\{y\}}{nr}. \quad (2.42)$$

8. Перевіряють значимість коефіцієнтів регресії за критерієм Стьюдента

$$t_i = \frac{|b_i|}{S\{b\}}. \quad (2.43)$$

Розрахункові значення t_i порівнюють з табличними $t_{кр}$, які вибирають при заданому рівні значимості $\alpha = 5\%$ і числі ступенів свободи $f = n(r-1)$ (Таблиця А2 (Додаток А)). якщо $t_i > t_{кр}$, то коефіцієнт вважають значимим, в іншому випадку - не значимим.

9. Розраховують значення $U_{Vад}$. Для цього використовують значущі коефіцієнти рівняння регресії т відповідає номеру досвіду рядки матриці ПФЕ. значення $U_{Vад}$ записують в таблицю 2.11.

10. Розраховують дисперсію адекватності

$$S_{ad}^2 = \frac{r}{n-m} \sum_{V=1}^n (\bar{y}_V - y_{Vaa})^2, \quad (2.44)$$

де m -число значущих коефіцієнтів рівняння регресії.

11. Перевіряють адекватність отриманої математичної моделі за критерієм Фішера

$$F = \frac{S_{ad}^2}{S^2\{y\}}. \quad (2.45)$$

Якщо розрахункові значення $F < F_{кр}$, то вважають, що отримана математична модель адекватна, значення $F_{кр}$ вибирають при рівні значущості $\alpha = 5\%$, Числі ступенів свободи чисельника $f_{ad} = (n-m)$ і числі ступенів свободи знаменника $f_y = n(r-1)$ (Таблиця А3) (Додаток А).

Якщо відношення $\frac{S_{ad}^2}{S^2\{y\}}$ менше одиниці, то умова $F < F_{кр}$ виконується для будь-якого числа ступенів свободи.

2.4.2 Зміст звіту

- 1 Назва та мета роботи.
- 2 Вихідні дані для отримання математичної моделі.
- 3 Матриця планування експерименту.
- 4 Результати розрахунку коефіцієнтів регресії b_i .
- 5 Результати розрахунку дисперсії досвіду, дисперсії адекватності і дисперсії коефіцієнта регресії з перевіркою за критерієм Кохрена, (таблиця 2.11).
- 6 Перевірка значущості коефіцієнтів регресії за критерієм Стьюдента.
- 7 Результати розрахунку дисперсії адекватності $(\bar{y}_V - y_{Vaa})^2$ (Таблиця 2.11).

8 Перевірка адекватності математичної моделі за критерієм Фішера.

9 Висновки.

2.4.3 Контрольні питання

1 Що називають параметром оптимізації при повному факторному експерименті (ПФЕ)?

2 Що називають факторами при ПФЕ? Як вибирають інтервали вимірювання факторів?

3 Що називають повним факторним експериментом?

4 Як визначають мінімальну кількість дослідів при ПФЕ?

5 Назвіть основні принципи побудови матриць ПФЕ.

6 Які властивості має матриця ПФЕ?

7 Як розраховують коефіцієнти регресії?

8 Як визначають дисперсію, що характеризує похибку дослідів?

9 Як перевіряють однорідність дисперсії?

10 Як перевіряють значущість коефіцієнтів регресії?

11 Як перевіряють адекватність моделі?

2.5 Отримання математичних моделей методами теорії кореляції

Практичне заняття 5

Мета роботи: для заданих значень x і y отримати залежність $y=f(x)$ методом кореляційного аналізу. Розрахувати коефіцієнт парної кореляції і коефіцієнти кореляційного рівняння. Записати кореляційне рівняння, визначити точність прогнозування y за отриманим рівнянням. Вихідні дані взяти з таблиці 2.12.

Таблиця 2.12 - Вихідні дані для отримання кореляційної залежності

№ варіанту	Умови завдання						
1	2						
1	Визначити коефіцієнти кореляційного рівняння залежності періоду стійкості різців ($T, хв$) від швидкості різання ($V, м/хв$). Матеріал ріжучої частини різця Т5К10, $S = 0,6$ мм/об. Записати кореляційне рівняння. Визначити точність прогнозування періоду стійкості за отриманим рівнянням						
	$V (x)$	60	70	80	90	110	120
	$T (y)$	60	55	40	35	30	25
2	Визначити коефіцієнти кореляційного рівняння залежності періоду стійкості різців ($T, хв$) від товщини пластини ($h, мм$). Матеріал різців Т5К10, режими різання: $V = 80$ м/хв, $t = 5,0$ мм, $S = 0,8$ мм/об. Визначити точність прогнозування $T(y)$ за отриманим рівнянням						
	$h (x), мм$	3,18	4,76	6,35	7,94		
	$T (y), хв$	30,30,36	45,50,43	5 ,60,60	65,65,80		

Продовження таблиці 2.12

1	2					
3	Побудувати графік залежності періоду стійкості свердел (діаметр 6,0 мм, Р6М3) від товщини серцевини. Визначити коефіцієнти кореляційного рівняння залежності періоду стійкості T (хв) від товщини серцевини d_c (мм). Записати кореляційне рівняння. Визначити точність прогнозування T за отриманим рівнянням					
	d_c (x), мм	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3
	T (y), хв	20,18,22, 20	25,30,30, 35	35,40,40, 45	45,50,55, 50	60,55,65, 60
4	Отримати ступеневу кореляційний залежність руйнуючої подачі S_p (мм/об) від товщини пластини (h , мм). Розрахувати коефіцієнт парної кореляції. Визначити точність прогнозування S_p по кореляційному рівнянню					
	h (x), мм	3,18	4,76	5,50	6,35	7,94
	T (y), хв	0,76; 0,92; 0,8	1,12; 0,92; 1,32	1,53; 1,7; 1,83	1,83; 2,04; 2,04	2,5; 3,05; 2,65
5	Отримати ступеневу кореляційний залежність між руйнує подачі S_p періодом стійкості різців в експлуатації T_E (хв). Різці: $H \times B = 25 \times 25$ мм; $t = 0,3$ мм; $S = 0,6$ мм/об; $V = 60$ м/хв. Розрахувати коефіцієнт парної кореляції. Зробити висновок про наявність кореляційної залежності					
	S_p (x), мм/об	3,0	2,6	2,2	1,8	
	T_e (y), хв	65,75,70	50,55,45	35,45,40	30,25,35	
6	Отримати корреляційне рівняння залежності головної складової сили різання $P_z(H)$ від глибини різання t (мм). Умови роботи: різці $H \times B = 25 \times 25$ мм; Т5К6; $S = 0,6$ мм/об; $V = 60$ м/хв. Визначити точність прогнозування P_z за отриманим рівнянням.					
	t (x), мм	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
	P_z (y), Н	600	630	680	740	850
7	Отримати корреляційне рівняння залежності періоду стійкості свердел T (хв) від товщини серцевини d_c (мм). Свердла Р6М5, діаметр 6,0 мм. Визначити точність прогнозування T за отриманим рівнянням					
	d_c (x), мм	0,76	0,81	1,01	1,06	1,16
	T (y), хв	5,10,12,5	15,20,18	22,25,28	30,35,45	60,55,65

Продовження таблиці 2.12

1	2						
8	Побудувати графік залежності періоду стійкості різців T_e (хв) від міцності (S_p - руйнівна подача, мм/об). Визначити коефіцієнт парної кореляції між T_e і S_p . Зробити висновок про тісноту зв'язку.						
	$S_p(x)$, мм/об	2,5	1,8	2,4	2,8		
	$T_e(y)$, хв	25,40,32,40	22,27,17,15	25	35,30,4	45,60,55,60	
9	Побудувати графік залежності періоду стійкості різців T (хв) від кута загострення ріжучої пластини β (град). Розрахувати коефіцієнт парної кореляції між T і β . Зробити висновок про наявність кореляційної залежності.						
	$\beta(x)$, град	55	60	75	84		
	$T(y)$, хв	20,22,18,20	25,30,35,30	35,40,30,42	43,45,50,50		
10	Побудувати графік залежності періоду стійкості мітчиків T (хв) від товщини серцевини d_c (мм). Мітчики: Р6М5, М6 х0,75. Отримати ступеневу кореляційний залежність T від d_c . Розрахувати точність прогнозування T по кореляційному рівнянню						
	$d_c(x)$, мм	2,0	2,5	3,0	3,5		
	$T(y)$, хв	15,18,15	18,22,20	24,32,28	30,35,45		
11	Отримати ступеневу кореляційний залежність міцності твродсплавної пластини (величини руйнуючої подачі) S_p (мм/об) і від кута загострення β (град). Розрахувати коефіцієнт парної кореляції і перевірити його значущість. Зробити висновок про наявність кореляційної залежності						
	$\beta(x)$, град	90	80	75	60		
	$S_p(y)$, м/об	3,05	2,65	1,83	1,32		
12	Отримати ступеневу кореляційну залежність періоду стійкості різців T (хв) від швидкості різання V (м/хв). Розрахувати коефіцієнт парної кореляції і перевірити його значимість. Зробити висновок про наявність кореляційної залежності. Різці: НХВ = 20х20 мм; Т15К6; $t = 3,0$ мм; $S = 0,4$ мм/об						
	$V(x)$, м/хв	0	90	120	150	180	200
	$T(y)$, хв	60	55	40	35	30	20

Продовження таблиці 2.12

1	2						
13	Отримати кореляційне рівняння залежності періоду стійкості спіральних свердел T (хв) від товщини серцевини d_c (мм). Свердла Р6М5, діаметр 5,0 мм. Побудувати графік залежності T від d_c . Розрахувати точність прогнозування періоду стійкості по кореляційному рівнянню						
	d_c (x), мм	0,75	0,85	1,05	1,15	1,26	
	T (y), хв	8,10,12	15,20,19	22,25,28	30,40,35	50,60,55	
14	Отримати кореляційне рівняння залежності періоду стійкості різців T (хв) від твердості (НВ). Матеріал різців: Т15К6; режими різання: $t = 3,0$ мм; $S = 0,4$ мм/об; $V = 80$ м/хв. Розрахувати коефіцієнт парної кореляції і перевірити його значення. Зробити висновок про наявність кореляційної залежності						
	НВ (x)	180	200	220	240	270	
	T (y), хв	60	55	40	30	20	
15	Отримати ступеневу кореляційну залежність міцності твердо сплавних пластин (S_p , мм/об - руйнівна подача) від глибини різання (t , мм). Побудувати графік залежності S_p від t . Розрахувати точність прогнозування S_p по кореляційному рівнянню						
	t (x), мм	4,0	5,0	6,0	8,0		
	S_p (y), мм/об	3,05	2,65	1,83	1,32		
16	Отримати кореляційне рівняння залежності зносу по задній поверхні (h_z , мм) від часу роботи токарного різця (τ , хв). Розрахувати коефіцієнт парної кореляції і перевірити його значущість. Розрахувати точність прогнозування h_z по кореляційному рівнянню						
	τ (x), хв	20	40	60	70	80	100
	h_z (y), мм	0,18	0,25	0,30	0,32	0,34	0,40

Продовження таблиці 2.12

1	2														
17	<p>Отримати ступеневу залежність періоду стійкості кінцевих фрез T (хв) від швидкості фрезерування V (м/хв). Опрацьований матеріал - сталь 45. Фреза Р9К10, $D\Phi = 30$ мм, ширина фрезерування $B = 20$ мм, $t = 3,0$ мм, подача на зуб $SZ = 0,03$ мм/зуб. Побудувати графік залежності T від V. Розрахувати точність прогнозування періоду стійкості по кореляційному рівнянню</p> <table border="1"> <tr> <td>$V(x)$, м/хв</td> <td>15</td> <td>40</td> <td>55</td> <td>80</td> </tr> <tr> <td>$T(y)$, хв</td> <td>250</td> <td>65</td> <td>35</td> <td>15</td> </tr> </table>	$V(x)$, м/хв	15	40	55	80	$T(y)$, хв	250	65	35	15				
$V(x)$, м/хв	15	40	55	80											
$T(y)$, хв	250	65	35	15											
18	<p>Отримати кореляційний залежність періоду стійкості спірального свердла T (кількість просвердлених отворів до зносу) від швидкості різання V (м/хв). Свердло: Р9К10, діаметр 9,8 мм. Оброблюваний матеріал - сталь 45, подача $S = 0,2$ мм/об. Розрахувати коефіцієнт парної кореляції. Зробити висновок про наявність кореляційної залежності</p> <table border="1"> <tr> <td>$V(x)$, м/хв</td> <td>22</td> <td>24</td> <td>26</td> <td>28</td> <td>30</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>$T(y)$, мм</td> <td>110</td> <td>84</td> <td>64</td> <td>45</td> <td>30</td> <td>22</td> </tr> </table>	$V(x)$, м/хв	22	24	26	28	30	20	$T(y)$, мм	110	84	64	45	30	22
$V(x)$, м/хв	22	24	26	28	30	20									
$T(y)$, мм	110	84	64	45	30	22									
19	<p>Отримати кореляційний залежність об'ємного зносу ($Q, \text{мм}^3$) алмазного різця від часу роботи (τ, хв). Різець алмазний АС-4, НХВ = 12x12 мм, оброблюваний матеріал - алюміній. Режими різання: $t = 0,2$ мм, $S = 0,01$ мм/об, $V = 260$ м/хв. Розрахувати коефіцієнт парної кореляції, зробити висновок про наявність кореляційної залежності</p> <table border="1"> <tr> <td>$\tau(x)$, хв</td> <td>620</td> <td>850</td> <td>1250</td> <td>1750</td> <td>2500</td> <td>3000</td> </tr> <tr> <td>$Q(y)$, мм^3</td> <td>25</td> <td>38</td> <td>57</td> <td>77</td> <td>125</td> <td>180</td> </tr> </table>	$\tau(x)$, хв	620	850	1250	1750	2500	3000	$Q(y)$, мм^3	25	38	57	77	125	180
$\tau(x)$, хв	620	850	1250	1750	2500	3000									
$Q(y)$, мм^3	25	38	57	77	125	180									
20	<p>Визначити коефіцієнти кореляційного рівняння залежності періоду стійкості розгортки (T, хв) від швидкості різання (V, м/хв). Розгортки: Р6М5, діаметр 10 мм, Оброблюваний матеріал - сталь 45. Режими різання: $t = 0,1$ мм; $S = 0,24$ мм/об. Записати кореляційне рівняння. Зробити висновок про наявність кореляційної залежності.</p> <table border="1"> <tr> <td>$V(x)$, м/хв</td> <td>10</td> <td>14</td> <td>22</td> <td>30</td> <td>38</td> <td>43</td> </tr> <tr> <td>$T(y)$, хв</td> <td>40</td> <td>36</td> <td>30</td> <td>22</td> <td>15</td> <td>10</td> </tr> </table>	$V(x)$, м/хв	10	14	22	30	38	43	$T(y)$, хв	40	36	30	22	15	10
$V(x)$, м/хв	10	14	22	30	38	43									
$T(y)$, хв	40	36	30	22	15	10									

2.5.1 Зміст і порядок виконання роботи

1. Розраховують коефіцієнт парної кореляції

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (2.46)$$

де, x_i - поточні значення X ;

\bar{x} - середні значення X ;

y_i - поточні значення Y ;

\bar{y} - середні значення Y ;

n - кількість вихідних даних.

Якщо для кожного значення y_i дано кілька значень x_i , то розраховують середнє \bar{x}_i для кожного y_i , А потім середнє сумарнє \bar{x} .

Для зручності розрахунку r результати зводимо в таблицю 2.13.

Таблиця 2.13 - Вихідні дані для розрахунку коефіцієнта кореляції

n_i	x_i	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	y_i	$(y_i - \bar{y})$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
1	2	3	4	5	6	7	8
1							
2							
3							
..							
..							
n							
			$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$			$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$	$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$

Для отримання статичної кореляційної залежності використовують $\ln x_i$ і $\ln y_i$.

2. Значимість коефіцієнта кореляції перевіряють за критерієм Стюдента

$$t = \frac{|r|}{S\{r\}}, \quad (2.47)$$

де r - розрахункові значення критерію Стюдента (по абсолютній величині);

$$S^2\{r\} = \frac{(1 - r^2)^2}{n - 1}. \quad (2.48)$$

при $t > t_{кр}$, заданої імовірності P_α і числі ступенів свободи $f = (n - 2)$ r вважають значимим. Табличні значення $t_{кр}$ наведені в таблиці А2. (Додатки А).

3 Кореляційне рівняння записують у вигляді

$$y = b_0 + b_1 x, \quad (2.49)$$

де b_0, b_1 - коефіцієнти кореляційного рівняння.

$$b_1 = r \frac{S\{y\}}{S\{x\}}, \quad (2.50)$$

$$\text{де } S\{y\} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}, \quad S\{x\} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (2.51)$$

Для розрахунку $S\{y\}$ і $S\{x\}$ використовують стовпці 4 і 7 таблиці 2.13.

4. Вільний член рівняння (2.49) розраховують за формулою

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}. \quad (2.52)$$

Значення b_0 і b_1 записують в рівняння 2.49. Для отримання статичної залежності результат потенціюють.

5. Для перевірки точності прогнозування y по кореляційному рівнянню будують в одній системі координат два графіка: один - за вихідними даними, другий - за результатами розрахунку y_i за отриманим рівнянням при заданих значеннях x_i . Визначають максимальну помилку прогнозування

$$\delta = \frac{\max |y_i - y_{iрасч}|}{y_i} \cdot 100\%, \quad (2.53)$$

де $\max |y_i - y_{iрасч}|$ - максимальна різниця між вихідними y_i і розрахованими $y_{iрасч}$ значеннями y .

2.5.2 Зміст звіту

- 1 Назва та мета роботи.
- 2 Вихідні дані для отримання кореляційної залежності.
- 3 Таблиця 2.13 і результати розрахунку коефіцієнтів кореляції.
- 4 Перевірка значущості коефіцієнтів кореляції.
- 5 Результати розрахунку коефіцієнтів b_0 і b_1 кореляційного рівняння.
- 6 Результати оцінки точності прогнозування y за отриманим рівнянням.
- 7 Висновки.

2.5.3 Контрольні питання

- 1 Що називають кореляцією?
- 2 Доак визначають коефіцієнт кореляції?
- 3 Що характеризує коефіцієнт кореляції?
- 4 Доак використовують коефіцієнт кореляції для розрахунку коефіцієнтів кореляційного рівняння?
- 5 Доак перевіряють значущість коефіцієнта кореляції?

ВИЗНАЧЕННЯ ІМОВІРНІСНИХ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК РІЗАЛЬНОГО ІНСТРУМЕНТУ. ПЕРЕВІРКА ВІДПОВІДНОСТІ СТАТИСТИЧНОГО І ТЕОРЕТИЧНОГО РОЗПОДІЛУ ПО КРИТЕРІЄМ ПІРСОНА І КОЛМОГОВОРА

Розрахунково-графічна робота (РГР)

Мета роботи: визначити закон розподілу періоду стійкості різального інструменту, розрахувати ймовірні експлуатаційні характеристики, перевірити відповідність статичного і теоретичного розподілу за критеріями Пірсона та Колмогорова.

3.1 Завдання на розрахунково-графічну роботу

1 Для заданих значень періоду стійкості різального інструменту визначити передбачуваний закон розподілу.

2 Побудувати графіки залежностей щільності розподілу $f(\tau)$, Інтенсивності відмов $\lambda(\tau)$ І ймовірності безвідмовної роботи $P(\tau)$ Від періоду стійкості.

3 Перевірити відповідність статичного і теоретичного розподілу за критеріями Пірсона (χ^2) і Колмогорова (λ_n).

Вихідні дані взяти з таблиці 3.1

Таблиця 3.1 - Вихідні дані для визначення імовірнісних експлуатаційних характеристик ріжучого інструменту

№ варіанту	Значення періоду стійкості різального інструменту, отримані в результаті випробувань t_i , хв
1	2
1	24, 23, 16, 11, 6, 14, 9, 13, 20, 16, 28, 5, 22, 39, 35, 17, 30, 10, 8, 17
2	33, 26, 36, 20, 31, 26, 44, 23, 31, 36, 18, 40, 15, 22, 35, 25, 37, 50, 43, 24
3	25, 13, 37, 20, 4, 10, 32, 8, 5, 15, 28, 7, 24, 6, 16, 7, 10, 16, 18, 20
4	25, 35, 46, 40, 34, 26, 37, 29, 37, 16, 21, 36, 18, 38, 32, 27, 41, 37, 50, 24
5	19, 9, 5, 40, 20, 18, 35, 17, 7, 13, 24, 8, 10, 11, 22, 6, 12, 15, 30, 16
6	32, 25, 10, 35, 30, 50, 19, 45, 25, 42, 40, 28, 22, 39, 30, 27, 33, 35, 31, 15
7	25, 20, 27, 24, 18, 30, 26, 27, 25, 24, 27, 19, 24, 30, 29, 26, 21, 23, 24, 29, 26, 24, 22, 22, 25, 26, 28, 27, 27, 28
8	14, 14, 15, 8, 20, 9, 14, 10, 14, 13, 19, 12, 12, 16, 13, 15, 15, 17, 16, 9, 10, 15, 15, 11, 12, 15, 13, 14, 13, 10
9	15, 13, 8, 12, 14, 2, 31, 7, 5, 27, 22, 4, 17, 21, 6, 10, 21, 7, 25, 12
10	30, 40, 26, 28, 20, 44, 13, 23, 27, 29, 31, 38, 29, 24, 31, 35, 33, 29, 24, 30

Продовження таблиці 3.1

1	2
11	29, 26, 29, 28, 25, 26, 29, 28, 26, 27, 26, 26, 25, 26, 30, 29, 26, 22, 20, 25, 26, 27, 27, 25, 29, 23, 27, 28, 30, 26
12	18, 21, 25, 19, 23, 20, 31, 30, 29, 20, 21, 27, 21, 42, 25, 20, 24, 18, 23, 21, 37, 36, 23, 24, 34, 33, 30, 26, 38, 40
13	12, 12, 11, 12, 12, 13, 8, 10, 10, 12, 10, 11, 9, 8, 8, 14, 10, 8, 9, 12, 10, 8, 10, 8, 11, 9, 14, 10, 8, 8
14	52, 38, 44, 57, 37, 54, 30, 48, 49, 32, 35, 50, 45, 62, 65, 47, 39, 52, 50, 41, 59, 40, 46, 55, 44, 56, 45, 53, 43, 51
15	13, 8, 9, 29, 10, 13, 35, 4, 18, 33, 19, 25, 7, 14, 6, 8, 28, 20, 29, 22
16	28, 20, 28, 15, 29, 8, 40, 27, 17, 26, 10, 19, 23, 28, 26, 37, 30, 32, 46, 26
17	2, 26, 50, 30, 138, 61, 110, 17, 2, 94, 176, 31, 82, 63, 2, 17, 162, 55, 39, 140, 47, 134, 27, 45, 115, 38, 88, 70, 64, 107
18	90, 132, 49, 195, 85, 115, 163, 110, 35, 129, 206, 147, 100, 57, 70, 119, 180, 215, 158, 79, 107, 185, 152, 146, 119, 144, 140, 166, 191, 127
19	9, 12, 6, 25, 18, 7, 12, 2, 16, 32, 19, 13, 5, 3, 15, 30, 19, 6, 12, 27, 4, 8, 16, 18, 6, 9, 16, 10, 5, 8
20	26, 34, 16, 23, 40, 52, 43, 37, 26, 15, 20, 15, 38, 23, 15, 10, 19, 30, 28, 26, 34, 25, 24, 17, 23, 24, 29, 30, 25, 25
21	30, 47, 42, 20, 60, 36, 23, 40, 70, 34, 65, 38, 25, 53, 43, 28, 32, 50, 55, 36
22	64, 52, 61, 40, 53, 75, 68, 50, 80, 59, 46, 62, 63, 72, 60, 57, 70, 55, 66, 58
23	22, 10, 13, 25, 7, 30, 16, 5, 20, 40, 18, 24, 35, 16, 14, 26, 15, 28, 17, 32
24	36, 22, 31, 15, 20, 45, 30, 38, 28, 26, 35, 24, 33, 32, 41, 31, 29, 37, 25, 34
25	26, 25, 18, 13, 8, 16, 11, 15, 22, 18, 30, 7, 29, 41, 37, 19, 32, 12, 10, 19
26	35, 28, 38, 22, 33, 28, 46, 25, 33, 20, 42, 17, 24, 37, 27, 39, 52, 45, 26
27	30, 18, 42, 25, 9, 15, 37, 13, 10, 20, 33, 12, 29, 11, 21, 12, 15, 21, 23, 25
28	17, 17, 18, 11, 23, 12, 17, 13, 17, 16, 22, 15, 15, 19, 16, 18, 18, 20, 19, 12, 13, 18, 18, 14, 15, 18, 16, 17, 16, 13
29	34, 44, 30, 32, 24, 48, 17, 27, 31, 33, 34, 42, 33, 27, 35, 39, 37, 33, 27, 34
30	19, 22, 26, 20, 24, 21, 32, 31, 30, 21, 22, 28, 22, 43, 26, 21, 25, 19, 24, 22, 38, 37, 24, 25, 35, 34, 31, 27, 39, 41

Продовження таблиці 3.1

1	2
31	18, 13, 14, 34, 15, 18, 40, 9, 23, 38, 24, 29, 12, 19, 11, 13, 33, 23, 34, 26
32	30, 47, 42, 20, 60, 36, 23, 40, 70, 34, 65, 38, 25, 53, 43, 28, 32, 50, 55, 36, 40, 34
33	25, 13, 37, 20, 4, 10, 10, 32, 8, 5, 15, 28, 7, 24, 6, 16, 18, 7, 10, 16, 18, 20
34	3, 27, 51, 31, 139, 62, 111, 18, 3, 95, 177, 32, 83, 64, 3, 18, 163, 56, 40, 141, 48, 135, 28, 46, 116, 39, 89, 70, 65, 108
35	15, 13, 8, 12, 14, 2, 31, 7, 5, 27, 22, 4, 17, 21, 6, 10, 21, 7, 25, 12, 20, 18, 15

3.2 Порядок виконання роботи

1 Для заданих значень періоду стійкості інструменту будують варіаційний ряд (значення періоду стійкості розташовують в порядку зростання).

Варіаційний ряд оформляють у вигляді таблиці 3.2

Таблиця 3.2 - Варіаційний ряд періоду стійкості інструменту

№	1	2	3		n-2	n-1	n
τ_i	τ_1	τ_2	τ_3		τ_{n-2}	τ_{n-1}	τ_n

2. Варіаційний ряд розбивають на інтервали. Число інтервалів розраховують за формулою

$$J = 1 + 3,32 \lg (n), \quad (3.1)$$

де, n - обсяг випробувань (заданий число значень τ).

3. Визначають середнє значення періоду стійкості

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i}{n}, \quad (3.2)$$

де τ_i - поточні значення періоду стійкості.

4. Розраховують середнє квадратичне відхилення періоду стійкості

$$G_{\tau} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{T})^2}{n - 1}}. \quad (3.3)$$

5. Розраховують коефіцієнт варіації періоду стійкості

$$V\tau = \frac{\sigma\tau}{T} \quad (3.4)$$

6. Імовірносними експлуатаційними характеристиками (показниками надійності) є щільність розподілу $f(\tau)$, інтенсивність відмов $\lambda(\tau)$ і імовірність безвідмовної роботи $P(\tau)$.

Основними показниками надійності інструменту є: щільність розподілу стійкості $f(\tau)$, імовірність безвідмовної роботи $P(\tau)$ і інтенсивність відмов $\lambda(\tau)$.

Значення цих показників розраховують для часу від τ_j до τ_{j+1}

$$\tau_{j+1} - \tau_j = \Delta\tau, \quad (3.5)$$

де $\Delta\tau$ - величина інтервалу:

$$\Delta\tau = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{J}, \quad (3.6)$$

де $\tau_{\min} = \tau_1$ - мінімальне значення періоду стійкості в варіаційному ряду;
 τ_{\max} - максимальне значення періоду стійкості в варіаційному ряду;
 J - число інтервалів.

Щільність розподілу періоду стійкості визначають за формулою

$$f(\tau) = \frac{\Delta m}{n \Delta\tau}, \quad (3.7)$$

де $\Delta m(\tau)$ - число відмов інструменту в інтервалі часу

$$\text{від } \tau - \frac{\Delta\tau}{2} \text{ до } \tau + \frac{\Delta\tau}{2}.$$

Імовірність безвідмовної роботи (ймовірність того, що в межах заданого часу τ відмова не настає) визначають за формулою

$$P(\tau) = \frac{n - m(\tau)}{n}, \quad (3.8)$$

де $m(\tau)$ - число відмов інструменту за час τ .

Інтенсивність відмов інструменту (ймовірність відмови в одиницю часу τ за умови, що до цього часу відмова не виник) визначають за формулою

$$\lambda(\tau) = \frac{2\Delta m(\tau)}{(n_j + n_{j+1})\Delta\tau}, \quad (3.9)$$

де n_j, n_{j+1} - число інструментів, працездатних, відповідно, на початку і в кінці j -го інтервалу часу $\Delta\tau$.

За результатами розрахунку $f(\tau)$, $P(\tau)$, $\lambda(\tau)$ Будують графіки. Дані заносять в таблицю 3.3.

Таблиця 3.3 - Імовірнісні експлуатаційні характеристики ріжучого інструменту

Ном. інтервалу	Межі інтервалу $\Delta\tau = \tau_{j+1} - \tau_j$		Число відмов за інтервал $\Delta\tau$	Число працездатних інструментів в момент τ_j	Середнє число працездатних інструментів	щільність розподілу $f(\tau)$		інтенсивність відмов $\lambda(\tau)$		Імовірність безвідмовної роботи $P(\tau)$		До перевірки відповідності статистичного розподілу з теоретичним за критерієм Пірсона					До розрахунку T, σ	
	статична оцінка	теоретична оцінка				статична оцінка	теоретична оцінка	статична оцінка	теоретична оцінка	$\Delta P(\tau) = P(\tau_j) - P(\tau_{j+1})$	$n \cdot \Delta P(\tau)$	$m(\tau) - n \cdot \Delta P(\tau)$	$(M(\tau) - n \cdot \Delta P(\tau))^2$	$(M(\tau) - n \cdot \Delta P(\tau))^2 / n \cdot \Delta P(\tau)$	$j \cdot m(\tau)$	$j^2 \cdot m(\tau)$		
j	τ_j	τ_{j+1}	m(τ)	n(τ)	$\frac{n_j + n_{j+1}}{2}$	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	2	3	4	5	6													
2																		
3																		
4																		
5																		
6																		
7																		
8																		
середнє значення			$T = \left(\frac{\sum j \cdot m(\tau) \cdot 0,5}{n} \right) \cdot \Delta\tau - \tau$			$\sigma = \frac{\Delta\tau}{n} \sqrt{n \sum j^2 - m(\tau) (\sum j^2 \cdot m(\tau))^2}$					критерій згоди α^2		Ра- зом					
теоретичне розподіл											$f = Jz - 1$	$\alpha^2 > \alpha^2_1$		α^2	$\sum j \cdot m(\tau)$	$\sum j^2 \cdot m(\tau)$		

7. Для попереднього визначення закону розподілу періоду стійкості використовують розрахункові значення коефіцієнта варіації (таблиця 3.4).

Таблиця 3.4 - Вибір закону розподілу періоду стійкості ріжучого інструменту

Коефіцієнт варіації $V\tau$	Закон розподілу
$\leq 0,33$	Нормальний
$\geq 0,25$	Вейбулла - Гнеденко
$\sim 1,0$	Експонентний

8. Для нормального закону розподілу показники надійності визначають за формулами:

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\left(-\frac{(\tau-T)^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (3.10)$$

$$P(\tau) = \frac{1}{2} \pm \Phi\left(\frac{T-\tau}{\sigma}\right), \quad (3.11)$$

$$\lambda(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\Phi\left(\frac{T-\tau}{\sigma}\right)} e^{\left(-\frac{(\tau-T)^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (3.12)$$

де T і σ - параметри закону;

$\Phi()$ - функція Лапласа.

Значення функції Лапласа наведені в таблиці 3.5

9. Для закону Вейбулла - Гнеденко показники надійності визначаються за формулами:

$$f(\tau) = \frac{b}{a} \left(\frac{\tau}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{\tau}{a}\right)^b}, \quad (3.13)$$

$$P(\tau) = e^{-\left(\frac{\tau}{a}\right)^b}, \quad (3.14)$$

$$\lambda(\tau) = \frac{b}{a} \left(\frac{\tau}{a}\right)^{b-1}, \quad (3.15)$$

де a і b - параметри закону.

Дані для визначення a і b наведені в таблиці 3.6

Таблиця 3.5 - Значення функції $\Phi(x)$ *

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02790	0,03188	0,03586
0,1	0,03983	0,04380	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0,2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0,3	0,11791	0,12172	0,12552	0,12930	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0,4	0,15542	0,15910	0,16276	0,16640	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0,5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,20540	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,22240
0,6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,25490
0,7	0,25804	0,26115	0,26424	0,26730	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,28230	0,28524
0,8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30230	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0,9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1,0	0,34134	0,34375	0,34614	0,34850	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1,1	0,36433	0,36650	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,37900	0,38100	0,38298
1,2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1,3	0,40320	0,40490	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41309	0,41466	0,41621	0,41774
1,4	0,41924	0,42073	0,42220	0,42364	0,42507	0,42647	0,42786	0,42922	0,43056	0,43189
1,5	0,43319	0,43448	0,43574	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44408
1,6	0,44520	0,44630	0,44738	0,44845	0,44950	0,45053	0,45154	0,45254	0,45352	0,45449
1,7	0,45543	0,45637	0,45728	0,45818	0,45907	0,45994	0,46080	0,46164	0,46246	0,46327
1,8	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46784	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1,9	0,47128	0,47193	0,47257	0,47320	0,47381	0,47441	0,47500	0,47558	0,47615	0,47670
2,0	0,47725	0,47778	0,47831	0,47882	0,47932	0,47982	0,48030	0,48077	0,48124	0,48169
2,1	0,48214	0,48257	0,48300	0,48341	0,48382	0,48422	0,48461	0,48500	0,48537	0,48574
2,2	0,48610	0,48645	0,48679	0,48713	0,48745	0,48778	0,48809	0,48840	0,48870	0,48899
2,3	0,48928	0,48956	0,48983	0,49010	0,49036	0,49061	0,49086	0,49111	0,49134	0,49158

Продовження таблиці 3.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2,4	0,49180	0,49202	0,49224	0,49245	0,49266	0,49286	0,49305	0,49324	0,49343	0,49361
2,5	0,49379	0,49396	0,49413	0,49430	0,49416	0,49461	0,49477	0,49492	0,49506	0,49520
2,6	0,49530	0,49547	0,49560	0,49573	0,49585	0,49598	0,49609	0,49621	0,49632	0,49643
2,7	0,49653	0,49664	0,49674	0,49683	0,49693	0,49702	0,49711	0,49720	0,49728	0,49736
2,8	0,49744	0,49752	0,49760	0,49767	0,49774	0,49781	0,49788	0,49795	0,49801	0,49807
2,9	0,49813	0,49819	0,49825	0,49831	0,49836	0,49841	0,49846	0,49851	0,49856	0,49861
3,0	0,49865		3,1	0,49903	3,2	0,49931	3,3	0,49952	3,4	0,49966
3,5	0,49977		3,6	0,49984	3,7	0,49989	3,8	0,49993	3,9	0,49995
4,0	0,499968									
4,5	0,499997									
5,0	0,499999									

$$*x = \left[\frac{T - \tau}{\sigma} \right]$$

$$P = 0.5 + \Phi \left(\frac{T - \tau}{\sigma} \right)$$

Таблиця 3.6 - Дані для визначення параметрів розподілу Вейбулла-Гнеденко

$V\tau$	b	K_b	C_b
1,11	0,9	1,05	1,17
1,00	1,0	1,00	1,00
0,91	1,1	0,965	0,978
0,837	1,2	0,941	0,787
0,775	1,3	0,921	0,716
0,723	1,4	0,911	0,659
0,678	1,5	0,903	0,612
0,640	1,6	0,897	0,574
0,605	1,7	0,892	0,540
0,575	1,8	0,889	0,512
0,547	1,9	0,887	0,485
0,523	2,0	0,886	0,463
0,498	2,1	0,886	0,425
0,480	2,2	0,886	0,411
0,461	2,3	0,886	0,409
0,441	2,4	0,887	0,394
0,428	2,5	0,887	0,380
0,363	3,5	0,893	0,326
0,316	3,5	0,900	0,285
0,281	4,0	0,906	0,255

$$a = \frac{T}{K_b}$$

10. Для експоненціального закону розподілу показники надійності визначають за формулами:

$$f(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau}, \quad (3.16)$$

$$P(\tau) = e^{-\lambda\tau}, \quad (3.17)$$

$$\lambda = \frac{1}{T}, \quad (3.18)$$

де λ - параметр закону.

Розрахункові теоретичні значення $f(\tau)$, $P(\tau)$, $\lambda(\tau)$ Заносять в таблицю 3.3

3.3 Перевірка відповідності статистичного розподілу теоретичному за критерієм Пірсона (χ^2)

1 Для цього визначають різницю теоретичних значень $P(\tau)$ Для кожного інтервалу часу. Результати заносять в таблицю 3.3.

$$\Delta P(\tau) = P(\tau_j) - P(\tau_{j+1}), \quad (3.19)$$

де $P(\tau_j)$ - ймовірність безвідмовної роботи j -м інтервалі;

$P(\tau_{j+1})$ - ймовірність безвідмовної роботи в $(j+1)$ -м інтервалі.

2. Отримані значення $\Delta P(\tau)$ Множать на обсяг випробувань n ; ($\Delta P(\tau)N$). Результати розрахунків заносять в таблицю 3.3.

3. Визначають різницю між числом відмов за інтервал часу $\Delta t_m(\tau)$ і $\Delta P(\tau)n$:

$$(\Delta t_m(\tau) - \Delta P(\tau)n).$$

Результати заносять в таблицю 3.3

4. Розраховують $[m(\tau) - \Delta P(\tau)n]^2$. Результати заносять в таблицю 3.3.

5. Значення χ^2 критерію Пірсона розраховують за формулою

$$\chi^2 = \sum_1^j \frac{[m(\tau) - \Delta P(\tau)n]^2}{n\Delta P(\tau)}, \quad (3.20)$$

6. Якщо розрахункові значення $\chi^2 < \chi^2_{\text{табл.}}$, То гіпотеза про відповідність статистичного розподілу теоретичному приймається. Число ступенів свободи для визначення $\chi^2_{\text{табл.}}$ розраховують за формулою

$$f = J - Z - 1, \quad (3.21)$$

де J - кількість інтервалів;

Z - число параметрів теоретичного закону розподілу.

Значення $\chi^2_{\text{табл.}}$ наведені в таблиці 3.7.

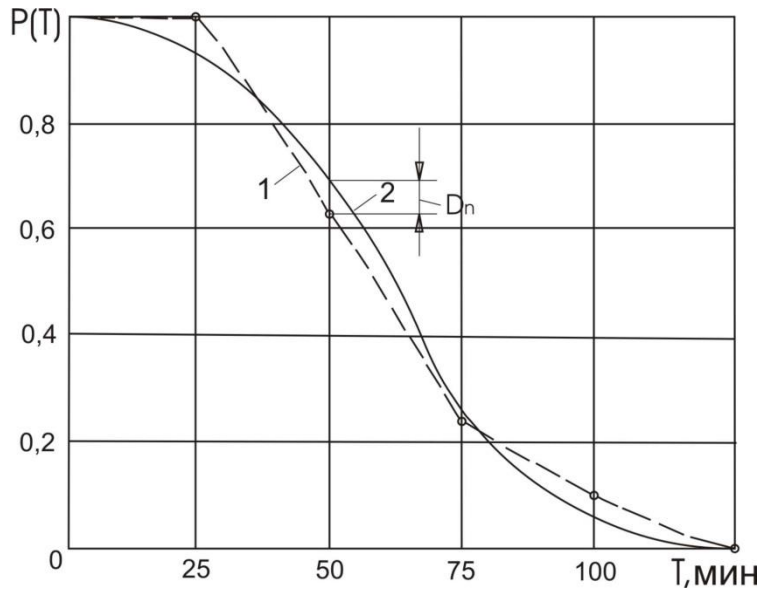
7 За результатами розрахунків будують графіки залежностей $f(\tau)$, $P(\tau)$, $\lambda(\tau)$ (Рис. 3.1 ... 3.3).

Таблиця 3.7 - Довірчі кордони для χ^2 в f ступенях свободи

Число ступенів свободи f	Рівень значущості		Число ступенів свободи f	Рівень значущості		Число ступенів свободи f	Рівень значущості	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
1	3,84	6,63	9	16,9	21,7	17	27,6	33,4
2	5,99	9,21	10	18,3	23,2	18	28,9	34,8
3	7,81	11,3	11	19,7	24,7	19	30,1	36,2
4	9,49	13,3	12	21,0	26,2	20	31,4	37,6
5	11,1	15,1	13	22,4	27,7	21	32,7	38,9
6	12,6	16,8	14	23,7	29,1	22	33,9	40,3
7	14,1	18,5	15	25,0	30,6	23	35,2	41,6
8	15,5	20,1	16	26,3	32,0	24	36,4	43,0
						25	37,7	44,3

3.4 Перевірка відповідності статистичного розподілу теоретичному за критерієм Колмогорова (λ_n)

1 При перевірці відповідності статистичного і теоретичного розподілу за критерієм Колмогорова (λ_n) розрахунки виконують аналогічно розглянутим раніше.



1 - статистична; 2 - теоретична

Рисунок 3.2 - Імовірність безвідмовної роботи інструменту

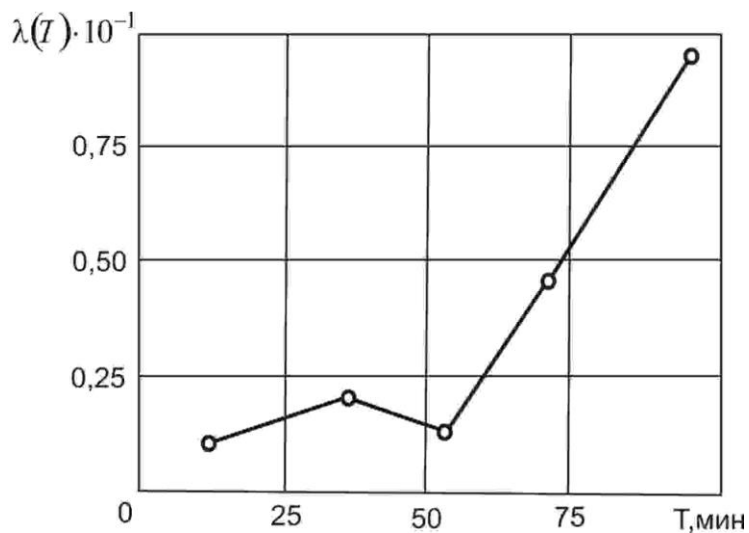
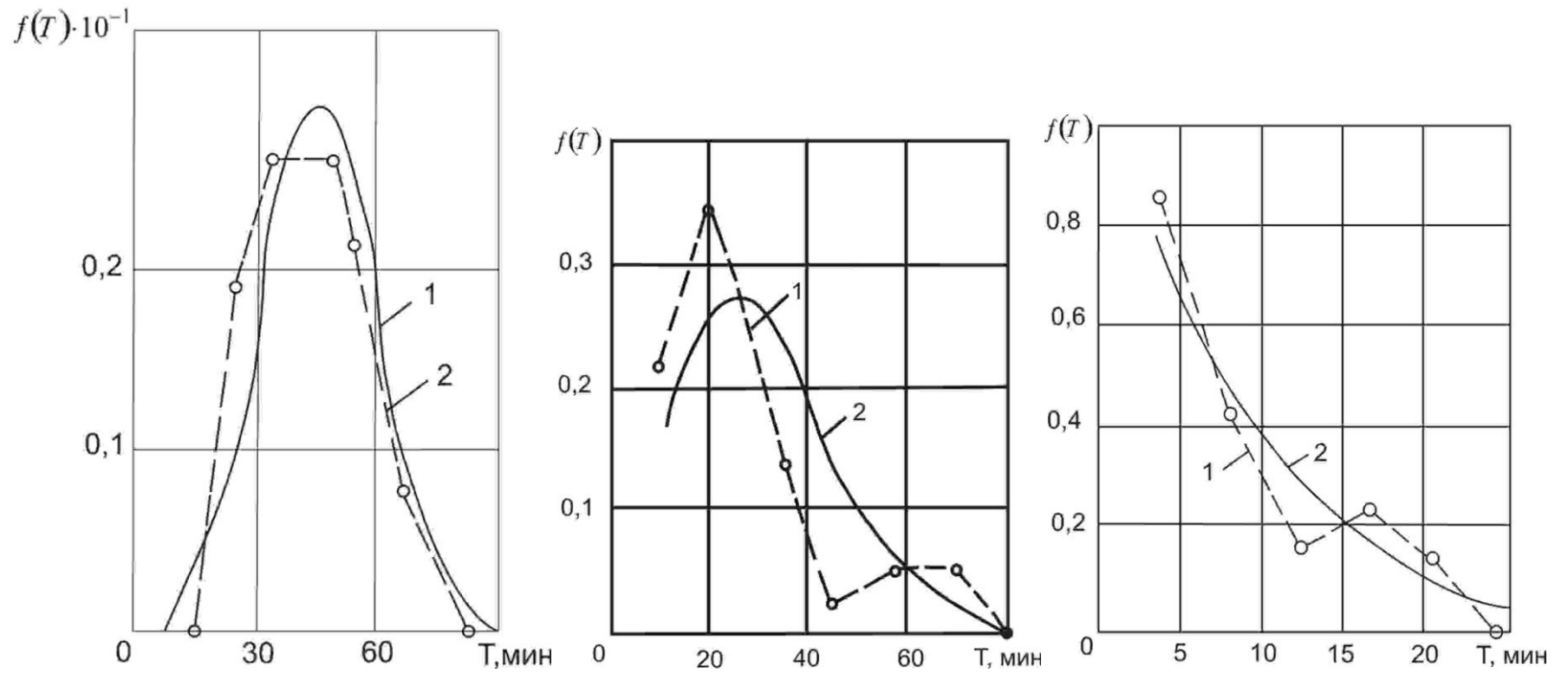


Рисунок 3.3 - Інтенсивність відмов інструменту

За розрахунковими даними будують графіки ймовірності безвідмовної роботи для статистичного і теоретичного розподілів. Знаходять максимальне відхилення функції статистичного розподілу від функції теоретичного розподілу

$$D_n = \max (P_{ст}(\tau) - P_{теор}(\tau)) \quad (3.22)$$



а Б В

*1- статистичне, 2 теоретичне;
 а - нормальний розподіл; б - розподіл Вейбулла - Гнеденко;
 в - експоненціальне розподіл
 Малюнок 3.1 - Розподіл періоду стійкості інструменту*

2 Розраховують величину критерію Колмогорова:

$$\lambda_n = Dn\sqrt{n} \quad (3.23)$$

де n - обсяг випробувань.

3 По таблиці 3.8 для розрахованого значення λ_n знаходять $P(\lambda)$ - ймовірність того, що теоретичний розподіл вибрано правильно.

Таблиця 3.8 - Значення $P(\lambda)$ Критерію Колмогорова

λ_n	$P(\lambda)$	λ_n	$P(\lambda)$	λ_n	$P(\lambda)$
0,30	1,0000	0,75	0,6272	1,60	0,0120
0,35	0,9997	0,80	0,5441	1,70	0,0062
0,40	0,9972	0,85	0,4653	1,80	0,0032
0,45	0,9874	0,90	0,3927	1,90	0,0015
0,50	0,9639	0,95	0,3275	2,00	0,0007
0,55	0,9228	1,00	0,2700	2,10	0,0003
0,58	0,8896	1,10	0,1777	2,20	0,0001
0,60	0,8646	1,20	0,1122	2,30	0,0000
0,64	0,8076	1,30	0,0688	2,40	0,0000
0,65	0,7920	1,40	0,0397	2,50	
0,70	0,7112	1,50	0,0222		

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Казакова Т.В. Математичне моделювання процесів Різання та різальних ІНСТРУМЕНТІВ: Навчальний посібник. - Краматорськ: ДДМА, 2004. - 156с.
2. Кацев П.Г. Статистичні методи дослідження ріжучого інструменту. - М.: Машіностроєння, 1974. - 240с.
3. Пляскін І.І. Оптимізація технічних рішень в машинобудуванні. -М.: Машинобудування, 1982. - 176с.
4. Чкалова О.Н. Основи наукових досліджень. - К: Вища школа, 1979. - 119 с.
5. Управління гнучкими виробничими системами. Моделі і алгоритми / Под ред. Ємельянова С.В. - М.Машіностроєння; Берлін: Технік, 1982. - 365с.
6. Меткіна Н. П., Щеглов В.Н. Математичні основи технологічної підготовки гнучкого автоматизованого виробництва. - М.: Видавництво стандартів, 1985. - 256с.
7. Біргер О.А. Технічна діагностика. - М.: Машинобудування, 1978. - 240с.
Ганить Л.Г., Казакова Т.В. Забезпечення якості інструменту в гнучкому автоматизованому виробництві: Огляд. - М.: ВНІТЕМР, 1986. - 48с.

Додаток А

Довідкові таблиці для перевірки адекватності математичних моделей

Таблиця А1 - Значення критерію Кохрена $G_{кр}$. При 5% -му рівні значущості ($P\alpha = 0,95$) і числі ступенів свободи $f_1 = (r - 1)$ і знаменнику $f_2 = n$

f_1	f_2									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0,998	0,975	0,939	0,905	0,877	0,853	0,833	0,815	0,801	0,788
3	0,996	0,870	0,797	0,745	0,707	0,677	0,653	0,633	0,610	0,602
4	0,906	0,767	0,684	0,684	0,589	0,559	0,536	0,517	0,501	0,488
5	0,841	0,683	0,598	0,544	0,506	0,478	0,456	0,438	0,424	0,411
6	0,780	0,616	0,532	0,480	0,444	0,418	0,398	0,381	0,368	0,356

Таблиця А2 - Значення $t_{кр}$ критерію Стьюдента при 5% рівні значимості

Число ступенів свободи	Значення t-критерію	Число ступенів свободи	Значення t-критерію	Число ступенів свободи	Значення t-критерію
1	12,71	11	2,201	21	2,080
2	4,303	12	2,79	22	2,074
3	3,182	13	2,160	23	2,069
4	2,776	14	2,145	24	2,064
5	2,571	15	2,131	25	2,060
6	2,447	16	2,120	26	2,056
7	2,365	17	2,110	27	2,052
8	2,306	18	2,101	28	2,048
9	2,262	19	2,093	29	2,045
10	2,228	20	2,086	30	2,042

Таблиця А3 - Значення F критерію Фішера при 5% рівні значимості

f_1	$f_2 = 1$	2	3	4	5	6	12	24	∞
1	164,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	244,9	249,0	254,3
2	18,5	19,2	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,5	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,4	2,2	2,0
17	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,4	2,2	2,0
18	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,3	2,1	1,9
19	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,9
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,9
22	4,3	3,4	3,1	2,8	2,7	2,6	2,2	2,0	1,8
24	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
26	4,2	3,4	3,0	2,7	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
28	4,2	3,3	3,0	2,7	2,6	2,4	2,1	1,9	1,7
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3
	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,1	1,8	1,5	1,0

Додаток Б

Приклад виконання розрахунково-графічної роботи

Розглянемо розрахунок імовірнісних експлуатаційних характеристик ріжучого інструменту і перевірку відповідності статистичного і теоретичного розподілу періоду стійкості за критерієм Пірсона (χ^2), використовуючи для цього значення періоду стійкості токарних збірних різців $N \times B = 25 \times 25$ мм, оснащених твердим сплавом Т5К10.

Розрахунок виконують у такій послідовності.

1. Мають дані про період стійкості різців в варіаційний ряд (таблиця Б.1).

Таблиця Б.1 - Варіаційний ряд періоду стійкості

Номер випробний i	Період стійкості τ_i , хв	Номер випробний i	Період стійкості τ_i , хв	Номер випробний i	Період стійкості τ_i , хв	Номер випробний i	Період стійкості τ_i , хв
1	10	10	15	19	20	28	22
2	10	11	15	20	20	29	22
3	10	12	18	21	20	30	22
4	15	13	18	22	20	31	25
5	15	14	18	23	20	32	25
6	15	15	18	24	20	33	25
7	15	16	18	25	20	34	27
8	15	17	18	26	22		
9	15	18	18	27	22		

2. Варіаційний ряд розбивають на інтервали. Число інтервалів розраховують за формулою

$$I = 1 + 3.32 \lg n = 1 + 3.32 \lg 34 = 1 + 5 = 6, \quad (\text{Б.1})$$

де $n = 34$ - кількість (обсяг) вихідних даних.

3. Розраховують середнє значення періоду стійкості

$$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i = 18.47, \text{ хв} \quad (\text{Б.2})$$

4. Розраховують середнє квадратичне відхилення періоду стійкості

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\tau_i - T)^2}{n-1}} = 4.24, \text{ хв} \quad (\text{Б.3})$$

5. Розраховують коефіцієнта варіації періоду стійкості

$$V_\tau = \frac{\sigma_\tau}{T} = \frac{4.24}{18.47} = 0.23 \quad (\text{Б.4})$$

6. Виходячи зі значень коефіцієнта варіації, приймаємо гіпотезу про нормальний закон розподілу періоду стійкості ($V_\tau \leq 0.33$).

7. Для перевірки гіпотези про нормальний закон розподілу необхідно розрахувати ймовірні експлуатаційні характеристики (показники надійності) різців: щільність розподілу $f(\tau)$, інтенсивність відмов $\lambda(\tau)$ і ймовірність безвідмовної роботи $P(\tau)$, яку потім використовують для розрахунку критерію χ^2 . Значення показників надійності розраховують для інтервалів часу від τ_j до τ_{j+1} :

$$\tau_{j+1} = \tau_j + \Delta\tau, \quad (\text{Б.5})$$

де $\Delta\tau$ - величина інтервалу.

$$\Delta\tau = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{I}, \quad (\text{Б.6})$$

де τ_{\max}, τ_{\min} - максимальне і мінімальне значення періоду стійкості з варіаційного ряду;

I кількість інтервалів.

У нашому випадку

$$\Delta\tau = \frac{27 - 10}{6} = 2.83.$$

Для зручності розрахунків ухвалюємо $\Delta\tau = 2.85$.

Ці розрахунків зручно звести в таблицю Б.2, яка містить всі необхідні показники для перевірки за критерієм χ^2 .

8. Розраховують число відмов $m(\tau)$ за проміжок $\Delta\tau$, Використовуючи для цього варіаційний ряд.

9. Розраховують статистичні значення $f(\tau), \lambda(\tau)$ і $P(\tau)$ (Формули для розрахунку наведені в таблиці .2).

10 .Для кожного інтервалу розраховують теоретичні значення $f(\tau)$ за формулою

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\tau} e^{-\frac{(\tau-T)^2}{2\sigma_\tau^2}}, \quad (\text{Б.7})$$

де τ - середнє значення періоду стійкості для кожного інтервалу.
Результати розрахунків заносять в таблицю Б.2.

11. Для кожного інтервалу розраховують теоретичне значення $P(\tau)$ за формулою

$$P(\tau) = 0.5 \pm \Phi\left(\frac{T - \tau}{\sigma_\tau}\right), \quad (\text{Б. 8.})$$

де $\Phi\left(\frac{T - \tau}{\sigma_\tau}\right)$ - функція Лапласа. Значення функції Лапласа наведені в таблиці 3.5;

τ - значення періоду стійкості на початку кожного інтервалу.

Результати розрахунків заносять в таблицю Б.2.

12. Для кожного інтервалу розраховують теоретичне значення $\lambda(\tau)$ за формулою

$$f(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\tau\Phi\left(\frac{\tau - T}{\sigma_\tau}\right)} e^{-\frac{(\tau - T)^2}{2\sigma_\tau^2}} \quad \text{або} \quad \lambda(\tau) = \frac{f(\tau)}{P(\tau)} \quad (\text{Б.9})$$

Результати розрахунків заносять в таблицю Б.2.

13. Розрахунок χ^2 виконують за формулами, наведеними в стовпчиках 13 ... 17 таблиці Б.2. Сума значень рядків стовпчика 17 являє собою значення χ^2 .

14. Розрахункове значення χ^2 порівнюють з табличним $\chi^2_{\text{табл.}}$ розрахункове значення χ^2 не повинно бути більше табличного ($\chi^2 \leq \chi^2_{\text{табл.}}$). табличні значення χ^2 вибирають з таблиці 3.7 при числі ступенів свободи f , яке розраховують за формулою

$$f = I - r - 1, \quad (\text{Б.10})$$

де I - число інтервалів;

r - число параметрів закону розподілу.

У нашому випадку

$$f = 6 - 2 - 1 = 3$$

Табличне значення $\chi^2_{\text{табл.}} = 7,81$ при рівні значимості $\alpha = 0.05$.

Таким чином, гіпотеза про відповідність статистичного і теоретичного розподілу нормальному закону обрана правильно ($1,94 < 7,81$).

15. За результатами розрахунків будують графіки $f(\tau)$, $\lambda(\tau)$ і $P(\tau)$ для статистичного і теоретичного розподілів (рис. Б.1 ... Б.3).

16. При перевірці відповідності статистичного і теоретичного розподілу за критерієм Колмогорова (λ_n) знаходять максимальне відхи-

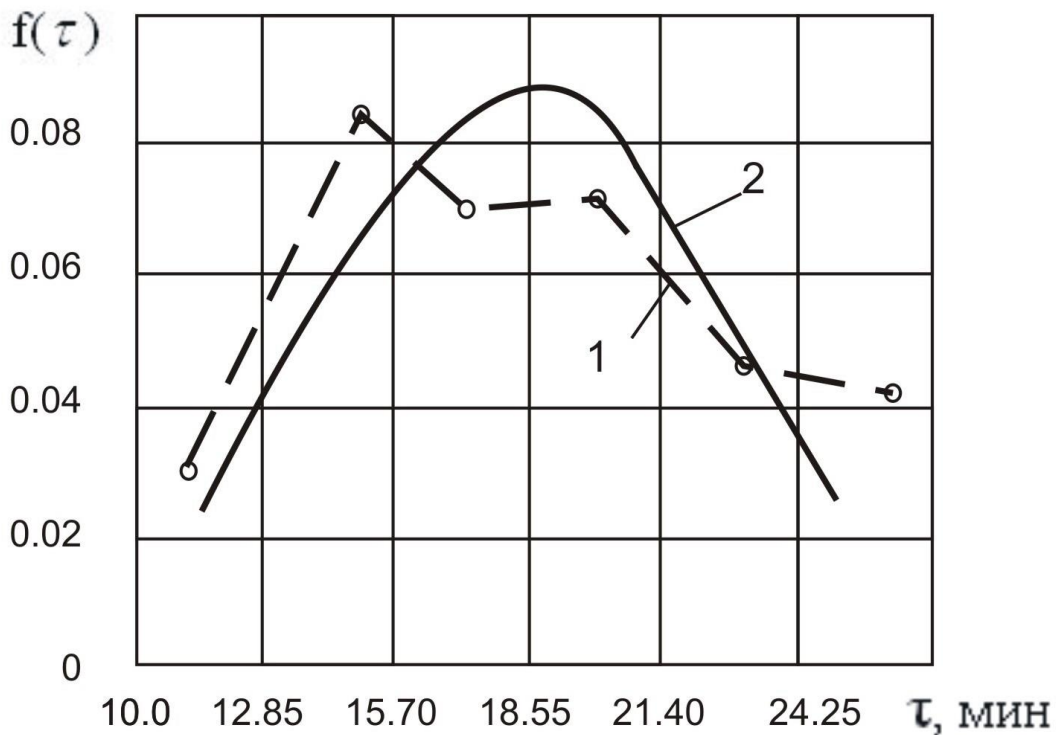
лення ймовірності безвідмовної роботи для статистичного і теоретичного розподілу

$$D_n = \max |P(\tau)_{\text{н\o d\o d}} - P(\tau)_{\text{\o d\o d}}| = |0.6765 - 0.7459| = 0.0694. \quad (\text{Б.11})$$

17. Розраховують значення критерію Колмогорова

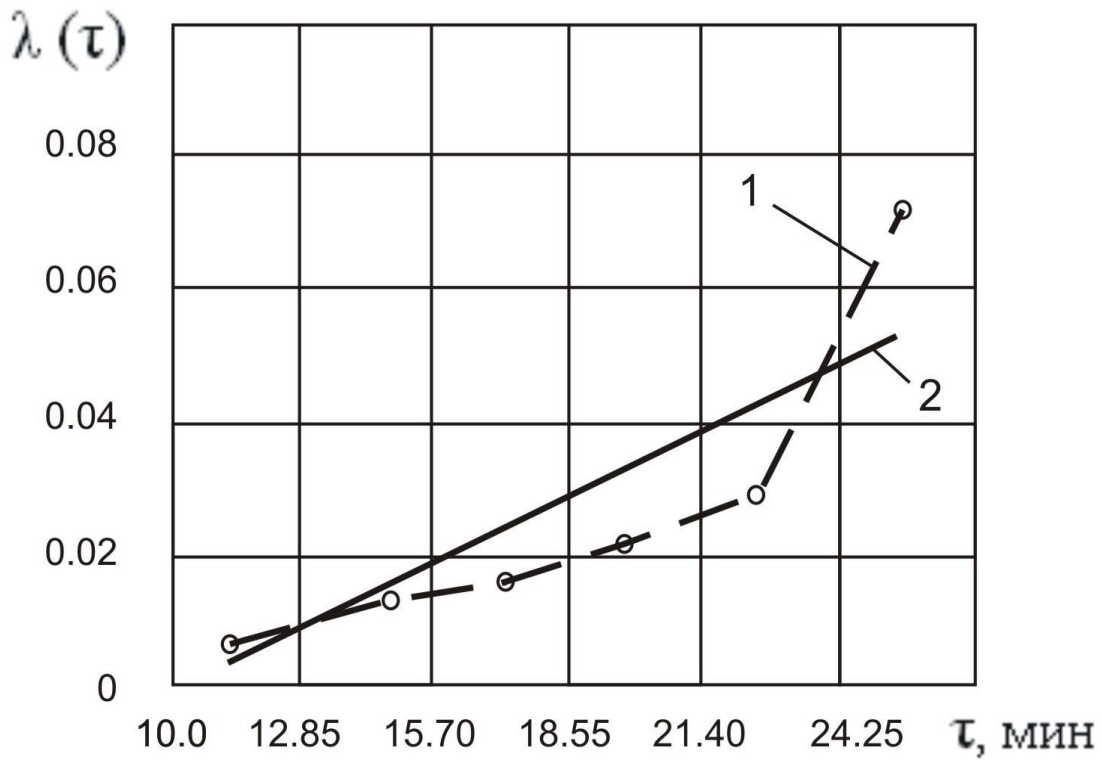
$$\lambda_n = D_n \sqrt{n} = 0.0694 \sqrt{34} = 0.4 \quad (\text{Б.12})$$

По таблиці 3.8 для кожного отриманого значення (λ_n) знаходимо $P(\tau) = 0.997$. Це означає, що статистичне і теоретичне розподіл узгоджуються з ймовірністю 0.997.



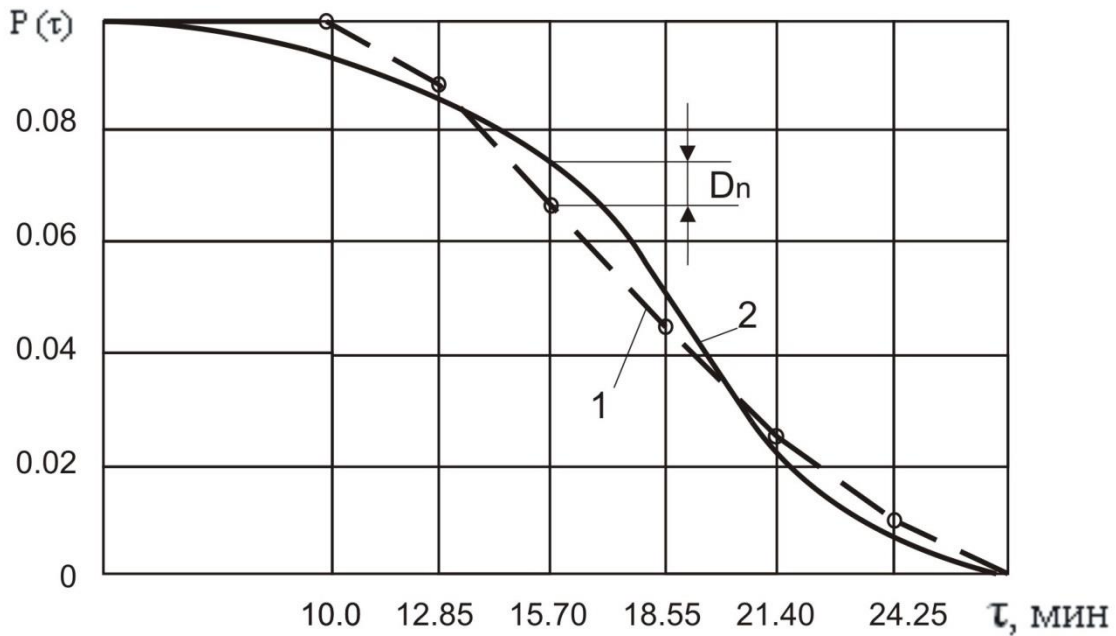
1 - статистичний розподіл; 2 - теоретичний розподіл

Рисунок Б.1 - Щільність розподілу періоду стійкості



1 - статичний розподіл; 2 - теоретичний розподіл

Рисунок Б.2 - Інтенсивність відмов



1 - статичний розподіл; 2 - теоретичний розподіл

Рисунок Б.3 - Імовірність безвідмовної роботи

Таблиця Б.2 - Імовірнісні експлуатаційні характеристики ріжучого інструменту.
Перевірка статистичного і теоретичного розподілу за критерієм Пірсона (χ^2)

Номер інтервалу і	Границя інтервалу $\Delta\tau = \tau_j + 1 - \tau_j$		Число відмов за інтервал $\Delta\tau$	Число працездатних інструментів в момент часу τ_j	Середнє число працездатних інструментів	Щільність розподілу $f(\tau)$		Інтенсивність відмов $\lambda(\tau)$		імовірність безвідмовної роботи $P(\tau)$		До перевірки відповідності статистичного і теоретичного розподілу за критерієм Пірсона									
	τ_j	$\tau_j + 1$	$m(\tau)$	$n(\tau)$	$(N_j + n_j + 1) / 2$	Статична $m(\tau)/n\Delta\tau$	Теоретична	$2 m(\tau) / (n_j + n_{j+1})\Delta\tau$	Теоретична	$n(\tau)/n$	Теоретична	$\Delta P(\tau) = P(\tau_j) - P(\tau_{j+1})$	$n\Delta P(\tau)$	$m(\tau) - n\Delta P(\tau)$	$[m(\tau) - n\Delta P(\tau)]^2$	$[m(\tau) - n\Delta P(\tau)]^2 / [n\Delta P(\tau)]$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17					
1	10,00	12,85	3	34	32,5	0,0311	0,0236	0,0326	0,0247	1,0000	1,0000	0,0917	-3,1178	-0,1178	0,0139	0,0044					
2	12,85	15,70	8	31	27,0	0,0830	0,0573	0,1040	0,0682	0,9118	0,9083	0,1624	5,5216	2,4784	6,1425	1,1124					
3	15,70	18,55	7	23	19,5	0,0727	0,0892	0,1267	0,1420	0,6765	0,7459	0,2487	8,4558	-1,4558	2,1194	0,2506					
4	18,55	21,40	7	16	12,5	0,0727	0,0788	0,1967	0,2424	0,4706	0,4972	0,2476	8,4184	-1,4181	2,0118	0,2390					
5	21,40	24,25	5	9	6,5	0,0519	0,0565	0,2715	0,3618	0,2647	0,2496	0,1602	5,4468	-0,4468	0,1996	0,0366					
6	24,25	27,10	4	4	2,0	0,0415	0,0230	0,7059	0,4937	0,1176	0,0894	0,0894	3,0396	0,9604	0,9224	0,3034					
Обсяг даних $n = 34$						Коефіцієнт варіації $V\tau = 0,23$			Число параметрів закону розподілу $r = 2$			Критерій $\chi^2 =$									
Середнє значення $T = 18,47$			Середнє квадратичне відхилення $\sigma\tau = 4,24$			Параметри закону: $T = 18,47; \sigma\tau = 4,24$			$f = jr - 1 = 3$								$\Sigma = 1.9434$				
Теоретичне розподіл - нормальне																					

